WARTEZEITMODELLE

---

von

Karl Heinz Tempel

Göttingen

1964

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544314_0007

Wartezeitmodelle

Dissertation

zur Erlangung des
wirtschaftswissenschaftlichen Doktorgrades
der
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt
von

Dipl.-Kfm. Karl Heinz Tempel
aus
Körbisdorf Krs. Merseburg

Göttingen 1964

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

Berichterstatter: Professor Dr. A. Angermann

Mitberichterstatter: Professor Dr. R. Henn

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1964

Inhaltsverzeichnis

Einführung 1

1. Kapitel

Das Wartezeitmodell in der Unternehmensforschung

11 Allgemeine Abgrenzung

111 Die Aufgaben der Unternehmensforschung . . 6

112 Der Modellbegriff in der Unternehmensforschung 13

12 Besondere Abgrenzung

121 Das Wartezeitmodell 20

122 Lösungsmethoden von Wartezeitproblemen . . 22

123 Grundlagen des stochastischen Wartezeitmodells. 26

1231 Allgemeine Voraussetzungen 26

1232 Definitionsgleichungen 28

2. Kapitel

Lösung von Wartezeitproblemen aufgrund analytischer Funktionsgleichungen

21 Das Ein-Kanal-Modell

211 Analytische Lösung des Ein-Kanal-Problems . 33

2111 ... unter Voraussetzung zufälliger Ankünfte und Abgänge von Einheiten, Unabhängigkeit der Abfertigungsrate von der Anzahl der wartenden Einheiten und Abfertigung nach der Folge des Eintreffens von Einheiten 34

21111 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl von wartenden Einheiten 40

21112 Berechnung der durchschnittlichen Zwischenankunftszeit . . . 42

21113 Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit von Einheiten im System 43

21114 Berechnung der durchschnittlichen Abfertigungszeit von Einheiten 44

21115 Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit von auf Abfertigung wartenden Einheiten 44

21116 Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten von Einheiten 44

2112 ... unter Voraussetzung zufälliger Ankünfte und Abgänge von Einheiten, Abhängigkeit der Ankunftsrate und Abfertigungsrate von der Anzahl der wartenden Einheiten 48

21121 Lösung der Fundamentalgleichungen in einem besonderen Fall 52

211211 ... bei variabler Ankunfts- und konstanter Abfertigungsrate 54

211212 ... bei langfristiger Betrachtung unter Annäherung an einen stationären Zustand 55

212 Numerische Lösung des Ein-Kanal-Problems . 59

2121 Problemstellung 59

2122 Problemlösung 61

21221 ... ohne Vorzugsregel 62

21222 ... unter besonderen Bedingungen 66

22 Das Mehr-Kanal-Modell

221 Analytische Lösung des Mehr-Kanal-Problems 67

2211 Voraussetzungen 67

2212 Ermittlung der Wahrscheinlichkeit wartender Einheiten 70

22121 ... bei finitesimaler Anzahl von Abfertigungsstellen 70

22122 ... bei infinitesimaler Anzahl von Abfertigungsstellen 74

2213 Berechnung bei finitesimaler Anzahl von Abfertigungsstellen 76

22131 ... der durchschnittlichen Anzahl wartender Einheiten vor den Abfertigungsstellen 77

22132 ... der durchschnittlichen Anzahl von Einheiten im System 80

22133 ... der durchschnittlichen Verweilzeit von Einheiten im System 80

22134 ... der durchschnittlichen Wartezeit von Einheiten vor den Abfertigungsstellen 81

22135 ... der durchschnittlichen Leerzeit der Abfertigungsstellen 81

222 Numerische Lösung des Mehr-Kanal-Problems . 82

2221 Problemstellung 82

2222 Problemlösung 83

22221 Lösungsvorbereitende Ermittlungen 83

22222 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl wartender Einheiten vor den Abfertigungsstellen . . 87

22223 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl von Einheiten im System 88

22224 Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit von Einheiten im System 88

22225 Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit von Einheiten vor den Abfertigungsstellen . . 89

22226 Ermittlung der Leerzeit der Abfertigungsstellen 89

2223 Beurteilung der numerischen Ergebnisse 89

3. Kapitel

Lösung von Wartezeitproblemen aufgrund numerischer Simulationen

31 Das generelle Simulationsmodell

311 Wesen und Grenzen der Simulation 93

312 Grundlagen der Simulation 96

3121 Das Experiment "an sich" 96

31211 ... als Gedankenexperiment . . . 97

31212 ... als Realexperiment 100

3122 Das Experiment in der Wirtschafts-Wissenschaft und -Praxis 102

313 Kritische Betrachtung der Simulation . . 104

3131 Charakteristik der Simulation . . . 106

3132 Typen der Simulation 106

3133 Verwendung der Simulationstypen . . 107

32 Das spezielle Simulationsmodell

321 Die Monte-Carlo-Methode als Verfahren der Simulationstechnik 111

3211 Definition und Herkunft der Monte-Carlo-Methode 111

3212 Grundlagen der Monte-Carlo-Methode 112

322 Simulation eines Ein-Kanal-Modells mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode 116

3221 Problemstellung 116

3222 Problemlösung 118

32221 Simulation der Zwischenausfalls- und Abfertigungszeiten 118

322211 Simulationsvorbereitung 118

322212 Simulationsdurchführung 120

32222 Berechnung der Gesamtausfallszeiten 124

322221 Grundlagen 125

322222 Ermittlung der Gesamtausfallszeiten durch Vergleich der Input- mit den Outputzeitpunkten . . 131

32223 Berechnung der Wartezeiten von Einheiten vor den Abfertigungsstellen 133

32224 Warteschlangenanalyse 135

32225 Leerzeitanalyse 137

3223 Zusammenfassung und kritische Betrachtung der Simulationsergebnisse 138

323 Gantt-Diagramme als Darstellungsmittel der Monte-Carlo-Methode 140

3231 Erläuterung der Gantt-Diagramme . . . 140

3232 Kritik an der Gantt-Karten-Wiedergabe 141

3233 Zusammenfassung 142

324 Simulation eines Mehr-Kanal-Modells mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode unter Verwendung von Gantt-Karten 143

3241 Problemstellung 144

3242 Problemlösung 146

32421 Datensimulierung 146
32422 Übertragung der Simulationswerte auf Gantt-Karten 157
32423 Auswertung der Gantt-Diagramme 161

3243 Zusammenfassung 191

4. Kapitel

Interdependenz von Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen

41 Wartezeitprobleme im generellen Ablaufplanungsmodell

411 Gemeinsame Grundlagen von Wartezeit- und generellen Ablaufplanungsmodellen 195
412 Das Reihenfolgemodell 199

4121 Grundlegung 199
4122 Problematik der Wartezeiten bei Eingangseinheiten und der Leerzeiten bei Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsstellen 215

413 Abgrenzung von Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen 226

42 Wartezeitprobleme im speziellen Ablaufplanungsmodell

421 Gemeinsame Grundlagen von Wartezeit- und speziellen Ablaufplanungsmodellen . . 228
422 Das Terminplanungsmodell 229

4221 Grundlegung 229

42211 Traditionelle Terminplanung . 230
42212 Moderne Terminplanung 233

4222 Das Verfahren der modernen Terminplanung und ihre wichtigsten Methoden 235

42221 Die CPM-Methode 238
42222 Die PERT-Methode 240
42223 Die PEP-Methode 241

4223 Gemeinsame Grundlagen der modernen Terminplanungsmethoden 242

42231 Wartezeit- und Leerzeitminimierung 243
42232 Gantt-Karten und Netzwerktechnik als graphische Darstellungsmittel 244

Literaturverzeichnis. 252

E i n f ü h r u n g

Während des letzten Krieges wurden erstmals wissenschaftliche Methoden bei der Planung und Durchführung von Kriegshandlungen offensiven und defensiven Charakters angewendet. Der dabei ausgewiesene Erfolg begründete die nach Kriegsende auftretende Remanenz, diese Methoden auszubauen, zu verbessern und sie auf technische und ökonomische Probleme zu übertragen.

Diese unter der Bezeichnung "Operations Research" integrierten Verfahren [1] umfassen zwei Teilgebiete, nämlich

1. das der methodischen Richtung und
2. das der praktischen Anwendung.

Die methodische Richtung umfaßt die mathematischen Hilfsmittel in der Form der theoretischen Analyse und der numerischen Rechentechniken. Die praktische Anwendung erstreckt sich auf alle ökonomischen und technischen Probleme, die sich quantitativ erfassen lassen. Die in dieser Arbeit dominierende Aufgabe besteht nun darin, die der Unternehmensforschung angehörende Warteschlangentheorie zu analysieren. Eine dazu notwendige Modellanalyse wird in ihren Variationen jeweils durch numerische Beispiele auf ihre Brauchbarkeit geprüft werden. Ferner wird darauf hingewiesen, daß ökonomische Probleme heute und in Zukunft ohne Anwendung wissenschaftlich fundierter Methoden nahezu nicht mehr zu lösen sind, was bedeutet, daß beispielsweise mit zunehmender Kapitalinvestition und damit wachsendem Risiko man gezwungen wird, die dafür kompetenten Entscheidungen nicht mehr auf emotionaler, sondern auf rationaler Basis zu treffen.

---

1) Im deutschen Sprachraum dominiert für diesen - aus den USA stammenden - Ausdruck die Übersetzung "Unternehmensforschung".

Den Schwerpunkt hierbei möglichst weit zum rationalen Handeln zu verschieben und die dafür notwendigen Unterlagen bereitzustellen, ist Sinn und Zweck der diesbezüglichen wissenschaftlichen Forschung.

Diesem rationalen Handeln liegen generell folgende Schritte zugrunde: [1]

1. Erkennung der Ziele,
2. Formulierung der Problematik,
3. Berücksichtigung oder Eliminierung exogener und/oder endogener Einflüsse,
4. Abgrenzung deterministischer und stochastischer Parameter,
5. Modellbildung,
6. Modellanalyse,
7. Modellauswertung und Verifizierung,
8. Gegenüberstellung der errechneten optimalen Entscheidungsgrundlage mit den praxisnahen Erwartungen,
9. Variierung der dem Modell zugrunde liegenden Parameter bei nicht zumutbaren bzw. irrealen Abweichungen.

Ohne dieses rationale [2] Vorgehen und - generell betrachtet - ohne dieses methodische Handeln " ... ist man häufig auf Schätzungen und damit auf unsichere Vermutungen angewiesen" [3] und zu emotionalen Handeln gezwungen. Es ist ferner notwendig, sich mathematischer Ableitungen zu bedienen, die 1. zwangsläufig zu einer bestimmten Abstraktion führen und 2. den Untersuchungsgang übersichtlicher gestalten als rein verbale Ausführungen es überhaupt vermögen. Die den Wartezeitmodellen zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitstheoreme bedürfen dabei als sogenannte "Drive in - Komponenten"

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, Frankfurt/M. 1963, S. 13 ff.
2) Vgl. RKW-Auslandsdienst, Operations Research, Heft 56, München 1958, S. 14.
3) ebenda, S. 15.

einer einführenden Untersuchung.

Eine Untergliederung der Wartezeitmodelle wird vorgenommen in

1. Ein-Kanal-Modelle für $\varkappa \leq 1$ und
2. Mehr-Kanal-Modelle für $\varkappa \geq 1$,

wobei $\varkappa$ als Verkehrsdichte in ERLANG - Intensitäten gemessen wird. Die zusätzliche Unterscheidung von Wartezeitproblemlösungen aufgrund von

1. Differentialgleichungen und
2. Simulationstechniken

berührt die zur Zeit noch heftig umstrittenen Lösungsmöglichkeiten o.a. Probleme unter Verwendung numerischer Simulationen. Besondere Beachtung findet hierbei die diesbezüglich prädikative "Monte-Carlo-Methode".

Die in der Wirtschaftstheorie und -praxis dafür bestens geeigneten Demonstrationsmittel in der Form von GANTT-Karten verleihen sowohl den Simulationen besonderen Ausdruck als auch dem Übergang zu den Ablaufplanungsmodellen spezielle Beachtung, da die Zusammenhänge von Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen Interdependenzen aufweisen, die einer numismatischen Charakteristik entsprechen und dabei dem gemeinsamen Postulat der Leer- und Wartezeitminimierung unterliegen.

Das Gebiet der Produktionsplanung wurde lange Zeit bewußt oder unbewußt vernachlässigt, weil dieses Gebiet technische Probleme abgrenzt, deren Lösung den dafür kompetenten technischen Fachkräften überlassen wurde. Techniker wie beispielsweise TAYLOR und FAYOL haben schon relativ früh eine rationale Gestaltung des Fertigungs-

ablaufs durchdacht und realisiert und dabei besonders das Zeitproblem in ihre Untersuchungen einbezogen. [1] Die Vielzahl der mit der Planung des zeitlichen Produktionsablaufs in Zusammenhang stehenden Probleme haben jedoch in der Literatur bis vor kurzem noch keine exakte und umfassende Darstellung gefunden. Bisher gab es in der Hauptsache nur rein empirische Abhandlungen, die sich auf die Beschreibung beispielsweise des Terminwesens, der Formulartechnik und deren organisatorische Hilfsmittel beschränken. Damit soll selbstverständlich die von TAYLOR in ihren Grundzügen aufgestellte und inzwischen laufend verbesserte Refa-Technik ihrer Verdienste nicht beraubt werden. Mit Zunahme der Automation in den Betrieben wird jedoch dieses Verfahren durch die Programmierungstechnik auf Computerbasis noch erweitert werden. Mit der Prosperität der Operations-Research-Verfahren sind auch die Probleme der Ablaufplanung und deren wissenschaftliche Behandlung in den Vordergrund gerückt.

Die Aufgabe in dieser Ausarbeitung erstreckt sich daher auch auf die Erfassung und Berechnung von kombinierten Wartezeit- und Ablaufplanungsproblemen, wie sie in Industrie-, Handels- und Dienstleistungsbetrieben anzutreffen sind. Die Beachtung von direkten und indirekten Leerzeiten analog den deterministischen und stochastischen Handlungsparametern führt zu der exakten Abgrenzung von Ablaufplanungs- und Wartezeitmodellen.

Soweit den Ablaufplanungsmodellen deterministische Handlungsparameter zugrunde liegen, liegt eine sehr enge Beziehung zu dem Travelling-Salesman-Problem vor. Sind die Parameter dagegen überwiegend stochastisch, so müssen

---

1) Vgl. Angermann, A., Unternehmerische Entscheidungen und Operations Research, in: Betriebsführung und Operations Research, Frankfurt/M. 1963, S. 16.

Lösungsmethoden der Warteschlangentheorie und/oder der modernen Zeitplanung zur Anwendung gelangen. Die Methoden der Zeitplanung unterliegen ebenfalls dem Postulat der Warte- und Leerzeitminimierung. Als Lösungsmethoden von Zeitplanungsproblemen werden die unter der Abkürzung "CPM" und "PERT" bekanntgewordenen Verfahren erläutert und ihre Verwendungsmöglichkeiten als organisatorische Hilfsmittel zur terminlichen Überwachung ökonomischer, technischer etc. Forschungs- und Entwicklungsvorhaben geprüft.

1. Kapitel

Das Wartezeitmodell in der Unternehmensforschung

11 Allgemeine Abgrenzung

111 Die Aufgaben der Unternehmensforschung

Mit Hilfe von Operations Research soll das Decision Making auf eine rechnerische Grundlage gestellt und die Anwendung der Versuchs-Irrtums-Methode [1] bei der betrieblichen Entscheidungsbildung soweit wie möglich ausgeschaltet werden, d.h. planvolle Überlegungen und Operationen am Modell sollen das Umherprobieren und Entscheiden nach dem Gefühl ablösen. [2] Oftmals wird Operations Research auch als eine Erarbeitung von sogenannten Rezepten mit wissenschaftlicher Übertünchung zur Lösung betriebswirtschaftlicher Probleme betrachtet. In Wirklichkeit handelt es sich jedoch um wissenschaftliche Methoden, mit deren Hilfe Entscheidungskriterien erarbeitet werden, die eine Analyse und Synthese der Produktions- und Marktfaktoren zum Ziel haben. [3] Man sagt allgemein, daß jede Erneuerung, jeder technische Fortschritt etc. aus einer konkreten Situation geboren worden ist. Analog der Behauptung,

---

1) Die Versuchs-Irrtums-Methode als Probierverfahren traditioneller Art ist nahezu identisch mit dem Simulationsverfahren auf Computer-Basis.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 10.

3) Vgl. Angermann, A. Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 9 ff.; Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and Arnoff, E.L., Introduction to Operations Research, New York 1957, S. 13 ff; Sasieni, M., Yaspan, A. and Friedmann, L., Operations Research, New York and London 1959, S. 2 ff.

der Krieg sei der Vater aller Dinge [1], kann auch zu Operations Research gesagt werden, daß die erste Entwicklungsstufe der in Operations Research zur Anwendung kommenden Methoden und Verfahren im Zusammenhang mit Problemen, die der 2. Weltkrieg stellte, zu finden ist. [2] Auf ökonomische Probleme übertragen, brachte diese Forschung einen Fortschritt, wie er bereits heute nicht mehr wegzudenken ist. "... Sie ist nötig geworden in dem Maße, wie es den Führungskräften der Betriebe materiell unmöglich wird, alle Bestimmungsfaktoren ihrer Entscheidungen zu überschauen." [3]

Gleichzeitig mit der Entwicklung der Operations-Research - Methoden entstanden auch die ersten Datenverarbeitungsanlagen. In der Kombination dieser beiden neuen Errungenschaften liegt nun die fortschrittliche Bedeutung für theoretische und praktische Problemlösungen, da die herkömmlich manuelle Verarbeitung von

---

1) Vgl. Morse, Ph.M., Die Beziehungen zwischen militärischer und industrieller Operations Research, in: Operations Research, deutsche Übersetzung, Düsseldorf 1958, S. 137 ff., vgl. ferner Weizsäcker, C.F. von, Mit der Bombe leben, Hamburg 1958: Bekanntlich führt ein Krieg für so manches zwangsläufig zu ungewöhnlichen technischen Fortschritten. Zweifellos muß man bei diesen Fortschritten jedoch fragen, ob der Preis des Krieges für das Errungene nicht unverhältnismäßig hoch sei und ob sich die Jahre, die bei einer weiteren friedlichen Entwicklung notwendig gewesen wären, um den gleichen Entwicklungsstand zu erreichen, nicht mehrfach leichter hätten tragen lassen als der Krieg.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 9;
Angermann, A., Betriebsführung und Operations Research, in: Hamburger Jahrbuch für Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, Tübingen 1963, S. 103 ff.

3) Vgl. Faure, R., Einige Gedanken zum Aufstieg der Verfahrensforschung, in: Management International, Bd. 3, Wiesbaden 1961, S. 55.

Daten so viel Zeit in Anspruch nimmt, daß auf diese Art die Ergebnisse uninteressant geworden sind bzw. als längst überholt gelten. [1] Operations Research strebt deshalb danach, den weisungsbefugten Spitzenkräften beispielsweise eines Betriebes möglichst schnell Entscheidungsgrundlagen zu verschaffen. [2]

Neben dem wirtschaftlichen Bereich ist für den Betrieb der technische von großer Wichtigkeit. Die Untersuchung und Gestaltung des technischen Betriebsprozesses ist Aufgabe der Technik und damit des Technikers. Der Betriebswirt muß die Produktionstechnik und die Mittel der technischen Durchführung im Rahmen der technischen Verfahren als gegeben hinnehmen und mit ihnen rechnen, [3] d.h. überprüfen, welche Kosten- und Ertragsrelationen bei verschiedenen technischen Verfahren auftreten. [4] Die Betriebswirtschaftslehre muß deshalb bei der Berücksichtigung von Erkenntnissen der produktionstechnischen und organisatorischen Verfahrenstechnik ihre rein wirtschaftliche Betrachtungsweise beibehalten und bei allen Maßnahmen, die beispielsweise zur Verbesserung des Verfahrensablaufs beitragen können, überprüfen, ob diese Maßnahmen die Wirtschaftlichkeit der Leistungserstellung erhöhen. Die wissenschaftlichen Methoden der Unternehmensforschung können demzufolge stets nur Komponenten für unternehmerische Entscheidungen darstellen, niemals aber fertige Rezepte für ein wirtschaftliches Handeln

---

1) Vgl. Faure, R., a.a.O., S. 55.

2) Vgl. Faure, R., a.a.O., S. 55.

3) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 11.

4) Vgl. Wöhe, G., Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Berlin und Frankfurt/M. 1960, S. 17.

liefern. [1] Für den Betriebswirt besteht daher die Aufgabe, unter der Vielzahl der möglichen Objekte(beispielsweise Betriebsanlagen, Prozeßabläufe, etc.)die Auswahl für seine ganz konkreten betrieblichen Entscheidungen zu treffen. Da diese Anlagen gewöhnlich eine mittel- bis langfristige Lebensdauer haben, bedeutet die Beschaffung bestimmter Anlagen stets ein Festlegen auf längere Sicht. Jeder Betrieb muß deshalb bestrebt sein, entweder vor Anschaffung der Anlagen eine genaue Berechnung bzw. Prüfung vorzunehmen oder die installierten Anlagen so einzusetzen, daß sie in quantitativer und qualitativer Hinsicht optimal genutzt werden. Jede Überbeanspruchung führt zu einem erhöhten Verschleiß und damit zu steigenden Kosten und jede zu geringe Auslastung zu Unterbeschäftigung und Unwirtschaftlichkeit. Diese Begleiterscheinungen einer Betriebsanalyse bei nichtoptimaler Ausnutzung der Anlagen gehen in temporärer Hinsicht konform mit Kriterien der Warte- und Leerzeit der Warteschlangenproblematik.

Das Anwachsen der Betriebe macht eine Konzentrierung der Funktionen beinahe unmöglich. Eine Verteilung der Aufgaben und Verantwortungsbereiche auf Kollegialprinzipbasis wird notwendig sein. Aufgrund dieser Differenzierung wächst auch die Anzahl der Beziehungen und Verbindungswege zwischen den Organen der Teilbetriebe. Die Kommunikationsstruktur innerhalb des Gesamtbetriebes wird komplizierter. Aus der Aufteilung des

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle , a.a.O., S. 11.

Betriebes in funktionelle Einheiten obliegt der Geschäftsführung das Problem, den Betrieb nicht nach den besonderen Zielsetzungen der einzelnen Abteilungen, sondern nach den übergeordneten Hauptzielen der Gesamtunternehmung auszurichten. Jede Abteilung übernimmt deshalb nur eine Teilfunktion der Gesamtunternehmung und versucht deren Ziele zu optimieren.

Da die Zielsetzungen einer Abteilung nicht immer notwendigerweise mit den Zielen der anderen zu vereinbaren sind, stellen sich zuweilen Konflikte ein.

Zum Beispiel:

1. Der technische Betrieb befürwortet lange und kontinuierliche Produktionszyklen, um eine Auflagendegression bei den dafür anfallenden Kosten zu erreichen. Dieses bedeutet einen hohen Bestand an Halbfabrikaten und ein minimal differenziertes Fertigwarenlager. [1]

2. Der Vertrieb fordert dagegen eine größere Differenziertheit der Fertigwaren im Outputlager.

3. Die Geschäftsführung wünscht eine elastische Fertigungsweise, um auch kleinere Sonderaufträge annehmen zu können.

4. Die finanzielle Betrachtungsweise setzt eine möglichst geringe Lagerhaltung voraus, um Kapitalbindungen für längere Zeit oder - zeitpunktmäßig - in größerer Höhe zu vermeiden.

5. Die Personalabteilung möchte eine Arbeitskraftfluktuation und übernormale Überstunden begrenzen bzw. erst gar nicht auftreten lassen.

Daraus folgt, daß jede Abteilung ihre Ziele optimiert haben möchte. Die Forderungen der einzelnen

---

1) Vgl. Lücke, W., Das Gesetz der Massenproduktion in betriebswirtschaftlicher Sicht, in: Zur Theorie der Unternehmung, Wiesbaden 1962, S. 313 ff.

Abteilungen sind aber so zusammenzufassen, bzw. es ist eine Auswahl so zu treffen, daß die Zielsetzungen des Gesamtunternehmens optimal werden! Damit wären die Ziele von Operations Research angeführt. Man hat Operations Research auch als "... die Anwendung wissenschaftlicher Methoden auf ein System von Menschen und Maschinen zur Lösung betrieblicher Führungsprobleme bezeichnet." [1] Das bedeutet, daß eine Untersuchung des Betriebsablaufes vorgenommen wird, welche "zur Gewinnung neuer Erkenntnisse durch systematisches Studium des Beobachtungsgegenstandes und kritische Analyse der gewonnenen Daten" [2] führt oder führen soll. D.h. Operations Research "... ist ein System analytischer, experimenteller und messender Techniken, die zu einer einheitlichen Methodik integriert worden sind, mit dem Ziel, die Funktionsweise eines Systems unter den verschiedensten Bedingungen oder Wahlmöglichkeiten zu untersuchen und quantitativ darzustellen, um so den Unternehmen bessere Grundlagen und oft die besten Grundlagen für ihre zielbezogenen Entscheidungen zu liefern." [3] Dabei wird folgendermaßen vorgegangen:

1. Untersuchung des Systems (Betrieb, etc.),
2. Formulierung der Problematik,
3. Quantifizierung der Daten,
4. Aufstellung eines Modells mit Erarbeitung

   a) der Entscheidungsgrundlagen,
   b) der Ziele der Tätigkeit,

---

1) Vgl. Brambilla, F., Verfahrensforschung als Instrument der Unternehmensführung, in: Management International, Bd. 4, Wiesbaden 1961, S. 74.

2) Vgl. Brambilla, F., a.a.O., S. 74.

3) Vgl. Brambilla, F., a.a.O., S. 74/75.

c) der Bedingungen und Beschränkungen,
d) der Mittel und
e) der Kriterien der Bewertung,

5. Ermittlung der optimalen Entscheidung auf Modellbasis,
6. Verifizierung des Modells, d.h. Gegenüberstellung der erzielten Lösung mit den Praxisdaten in dem dafür möglichen Rahmen und der passenden "Zeit-Raum-Relation".
7. Kritik an der optimalen Lösung.

Die unter "1." aufgestellte Forderung besagt, daß keine Teilkriterien des Gesamtzieles wie Produktivität, maximaler Gewinn, etc. angestrebt werden können, ohne die Gesamtziele des Betriebes und die Funktionen jeder Abteilung, die Interdependenzen der Abteilungen, die Rohstoffversorgung und Nachfragestruktur etc. außer acht zu lassen.

Ferner müssen die unter "2." sich ergebenden Probleme klar ersichtlich sein. Die unter "3." angeführte Quantifizierung der Daten ist selbstverständlich erforderlich. [1] Das nächste Postulat der Modellformulierung unter "4." besagt, daß das sogen. Arbeitsmodell schaubildartig dargestellt werden kann und in mathematisch-analytischer Symbolik oder/und numerischen Zahlenwerten wiedergegeben werden muß.

Schwierigkeiten werden sich evtl. bei der Wahl der Maßeinheiten, bei der Genauigkeit der Messungen und Bewertung der qualitativen Faktoren ergeben, die oftmals nicht meßbar sind und nur approximativ aufgrund von Schätzungen ermittelt werden

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 12.

können. Die stochastischen Variablen werden aufgrund von Verteilungen erfaßt.

Schließlich bietet der Punkt "7" Ansatzpunkte für Kritiken, die den Zeitfaktor zum Inhalt haben, d.h. "... eine Lösung, die wir gestern beispielsweise als optimal anerkannten, heute schon nicht mehr optimal zu sein braucht ... " [1], d.h., daß sich die Bedingungen der Prämissen verändern können, was sich entweder in der Veränderung der Parameterwerte oder in der Veränderung der im Modell auftretenden Beziehungen ausdrückt.

Eine Kontrolle muß demnach in der Weise durchgeführt werden, daß "... eine schnelle Information über die Veränderungen der Bedingungen gewährleistet ist. Darüberhinaus muß damit erreicht werden, daß die Ausgangslösung - bei dynamischer Betrachtungsweise - änderungsfähig ist, um unter neuen, veränderten Bedingungen eine optimale Lösung zu erzielen." [2]

112 Der Modellbegriff in der Unternehmensforschung

Es ist bei solchen Modellkonstruktionen zu berücksichtigen, daß die Erscheinungen des Wirtschaftsgeschehens aus den Dispositionen der Wirtschaftssubjekte hervorgehen. Die Modelle enthalten daher auch stets Annahmen über mögliches Verhalten der Wirtschaftssubjekte. Die Annahmen gehen dann auch in die Art der aufzustellenden Relationen ein.

---

1) Vgl. dazu Sadowski, W., Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft (Übersetzung aus dem Polnischen), Berlin 1963, S. 16.

2) Vgl. Sadowski, W., a.a.O., S. 17.

Modelle sind deshalb nicht nur Ausdruck einer mechanischen Auffassung vom Ablauf der Wirtschaft, sondern sie sagen auch immer etwas darüber aus, welche Ergebnisse sich bei bestimmten menschlichen Verhaltensweisen einstellen. [1] Soweit der Mensch in diesem abgegrenzten Bereich als notwendig betrachtet werden muß, ist mit dieser Forderung gleichzeitig die Ungenauigkeit einzuschließen. Bereits bei der Formulierung des Modells ist zu beachten, daß eine nur verbale Wiedergabe bzw. Grundlage z. B. des Planungsobjektes als unzureichend betrachtet werden muß.

Die betriebliche Situation kann einerseits durchaus verbal beschrieben werden. Dabei muß jedoch der Forderung entsprochen werden, daß die Wiedergabe der wirklichen Situation durch die Sprache dieser Realität gegenüber isomorph ist, d.h., jedem Element aus der Realität "R" muß ein Element der Sprache "S" - und 1 "S" zu 1 "R", also ebenfalls rekursiv - eindeutig zuzuordnen sein. [2]

Diese Zuordnung wird andererseits der Bedingung der Isomorphie aber niemals eindeutig genügen können, da die verbale Sprache [3] beispielsweise für nur einen betrieblichen Sachverhalt verschiedene Bezeichnungen verwendet und umgekehrt für verschiedene betriebliche Gegebenheiten oftmals nur eine einzige Bezeichnung zur Verfügung hat. Folglich können bei Verwendung der Sprache zur

---

1) Vgl. Schneider, E., Einführung in die Wirtschaftstheorie, Bd. IV/1, Tübingen 1962, S. 9.

2) Vgl. dazu auch Bense, M., Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik, Bd. 1, Hamburg 1946, S. 82 ff.

3) Hierbei ist die Realität von allgemeinen Sachverhalten auf betriebliche Gegebenheiten modifiziert und begrenzt worden; vgl. auch hierzu Angermann, A., Betriebsf. u. Operations Research, Frankfurt/M. 1963, S. 10 ff.

Wiedergabe von betrieblichen Gegebenheiten und der Entwicklung von Folgerungen mit Hilfe eines Gedanken-Experimentes Fehler auftreten, die ihre Ursachen in der Redundanz der Sprache haben. Es ist deshalb notwendig, die relevanten Sachverhalte in Symbolen auszudrücken, um somit die Sprache zu eliminieren und die Redundanz zu vermeiden. Damit wird ein Abstraktionsgrad erreicht und eine mathematische Struktur des Sachverhalts gewonnen. Aufgrund dieses Schlusses folgt die Tatsache, daß eine genaue Zeitpunkt- bzw. Zeitraumanalyse (statisch oder dynamisch, je nach Sachverhalt) ohne Minderung oder Mehrung der Daten des gedanklichen bzw. realistischen Modells vorliegt. [1)]

Die Wirtschaftstheorie hat nun die Methode des gedanklichen Experiments mit großem Erfolg angewandt. Direkte Experimente haben bislang in der Wirtschaftswissenschaft nur in geringem Umfang stattgefunden. Erstens war es zu schwierig, die nahezu unzähligen Verknüpfungen zu erfassen und die Auswirkungen isoliert zu messen. Zweitens fiel bei Aufstellung des Planes eine solche Datenfülle an, daß es unmöglich war, sie zu bewältigen. Folglich verblieb man bei Realisierung des Gedankenexperiments bei einem Modell, das anstrebt, die Wirklichkeit im Hinblick auf eine bestimmte Fragestellung auf die einfachsten, für diese spezielle Fragestellung relevanten Linien zu reduzieren und anhand eines derart vereinfachten Bildes der Wirklichkeit den Zusammenhängen nachzuspüren, denen das Interesse der Forschung gilt. [2)]

---

1) Vgl. dazu Morgenstern, O., Logistik und Sozialwissenschaften, in: ZfN, Bd. 7, S. 1.

2) Vgl. Schneider, E., Einführung ..., a.a.O., S. 1.

Modelle, die bestimmte wirtschaftliche Sachverhalte abbilden sollen, sind jedoch stets Abstraktionen von der Wirklichkeit. Die Kunst der Modellkonstruktion besteht darin, solche Modelle zu bilden, bei denen die für die Problemstellung relevanten Linien erhalten bleiben. Hat man ein solches Modell, das genau das betreffende wirtschaftliche Problem beschreibt, so kann man versuchen, dessen mathematische Struktur aufzufinden. Die mathematische Struktur ergibt sich meist dann, wenn man beginnt, das Modell präzise zu beschreiben und hierzu eine Präzisionssprache verwendet. Sodann kann man Schlüsse über das Modell mit dem Folgerungsbegriff ziehen, der seiner mathematischen Struktur entspricht. Man gelangt somit in der Wirtschaftstheorie von der Wirklichkeit

1. über die Modellkonstruktion,
2. zur Formulierung der mathematischen Struktur,
3. dann zu den Folgerungen aus der mathematischen Struktur,
4. zu Ergebnissen, die
5. der Wirklichkeit bzw. der Praxis in numerischen Angaben und in verbaler Sprache zur Verfügung gestellt werden können.

Diese Aufzählung kann in folgendem Schaubild wiedergegeben werden:

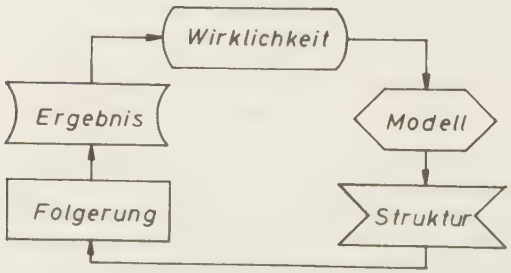


Fig. 1

Das besagt, daß ein Planungsergebnis bei einfacher Problemstellung wohl verbal angestrebt werden kann. Es unterliegt jedoch einer bereits erwähnten Sprachredundanz, so daß es vorteilhafter ist, bei jeglicher Planung sich der Symbolsprache zu bedienen. Es ist ersichtlich, daß in diesem Bereich die Mathematik dazu dient [1], logische Zusammenhänge aufzudecken und Folgerungen zu ziehen. Sie liefert die Sprache und den Kalkül für die Struktur, die dem Modell zugrunde liegt. Da in ökonomischen Modellen die ökonomischen Daten durch Wirtschaftsobjekte bzw. - subjekte eine Veränderung erfahren können, werden die mathematische Analysis und die mathematische Statistik als relevante Hilfsmittel für die Behandlung solcher Probleme herangezogen [2]. Es ist lediglich die Anwendung einer exakten Denkweise auf ein Gebiet mit einer dieser Denkweise kongruenten mathematischen Struktur. Die mathematischen Verfahren sollen deshalb die Zusammenhänge aufspüren, die in den Konzeptionen der Modelle liegen [3]. Die Anwendung des Kalküls bedeutet nicht, "daß mit Hilfe der Gleichungen etwa die Wirkung betriebstechnischer bzw. betriebsorganisatorischer oder wirtschaftlicher Maßnahmen im Betriebe berechnet wird, so wie Ingenieure oder Physiker Berechnungen über technisches oder physikalisches Detail anstellen". [4]

---

1) Vgl. Tinbergen, J., Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung mathematischer Verfahren in der Wirtschaftswissenschaft, in: ZfdgesStw, Bd. 105, 1949, S. 638 ff.

2) Vgl. Allen, R.G.D., Mathematik für Volks- und Betriebswirte, Berlin 1956, Übersetzung von Kosiol, E., S. 113 ff.

3) Vgl. Gutenberg, E., Zum Methodenstreit, in: ZfhF, 1953, S. 327 ff.

4) Vgl. ebenda, S. 333.

Auch bei den Operations-Research-Methoden kommt der Mathematik die beherrschende Stellung zu. Hier finden sich wieder die gleichen Prinzipien, wie sie für die Anwendung der Mathematik in der Wirtschaftstheorie [1] entwickelt wurden. Voraussetzung hierbei ist ebenfalls eine Quantifizierung der in das Modell eingehenden Daten. [2] Sollte es sich hierbei ergeben, daß diese Daten nicht quantitativ, sondern nur qualitativ vorliegen, so ist eine Bewertung vorzunehmen, d.h. diese Daten müssen einer quantitativen Struktur unterliegen. Da den Operations-Research-Problemen eine quantifizierbare und somit mathematische Struktur zugrunde liegt, [3] erscheint es zweckmäßig, bei dem Versuch einer Systematisierung der Operations-Research-Verfahren vom Typ dieser Strukturen auszugehen und nicht von dem vorliegenden konkreten Problem, dem irgendein Operations-Research-Verfahren zur Lösung verhelfen soll. Das Hauptanliegen bei der Behandlung von Problemen der Praxis wird deshalb in der Auswahl geeigneter Definitionen, Daten etc. unter Eliminierung weniger wichtiger Größen aus den konkreten Vorgängen und Fragestellungen zu finden sein, um ein Modell zu bilden, das trotz vorgenommener

---

1) Vgl. Schneider, E., Sinn und Grenzen der quantitativen Wirtschaftsforschung, in: ZfdgesStw, Bd. 108, 1952, S. 594 ff.: "Die quantitativen Zusammenhänge im Bereich der Wirtschaft sind sehr kompliziert. Nur strenge exakte Arbeit vermag in dieses Dickicht Licht zu bringen; und gerade die Verwendung mathematischer Methoden zwingt uns in unserem Denken zu unerbittlicher Selbstdisziplin, zu sauberem Arbeiten. Mit dieser Selbstdisziplin aber steht und fällt die ökonomische Theorie".

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 9 ff.

3) Vgl. Pflanzagl, J., Die axiomatischen Grundlagen einer allgemeinen Theorie des Messens, Würzburg 1959, S. 59.

Abstrahierungen an Übersichtlichkeit nicht verliert und den Forderungen des praktischen Falles gerecht wird. [1)]

Aufgrund der starken Verpflechtung des totalen Betriebsgeschehens ist es bisher noch nicht gelungen, ein umfassendes Gesamtmodell des Betriebes aufzustellen und zu berechnen. Modelltheoretisch wäre dies ohne weiteres möglich. Für die Praxis hat solch ein Modell nur historischen Wert. Im Gegensatz hierzu wurde und wird mit Hilfe von Teilmodellen eine sog. Suboptierung von Teilzielen auf Abteilungsbasis oder Funktionsbasis durchgeführt. Werden diese Teilmodelle wiederum aufeinander abgestimmt, so gelangt man zu dem o.a. Globalmodell, welches auch realiter für die Praxis von Bedeutung ist. [2)]

Eine generelle Trennung der Modelle nach Funktions- und Abteilungsbereichen ist absurd, da oftmals die Ziele und Aufgaben einer Betriebsabteilung mit der Funktion innerhalb des Betriebes übereinstimmen. [3)] Folglich kann eine Gruppierung der hiermit übereinstimmenden Verfahren und Methoden der Unternehmensforschung, unterteilt in

1. Verteilungsmodelle,
2. Zuteilungsmodelle,
3. Ersatzmodelle,
4. Warteschlangenmodelle,

---

1) Vgl. Joksch, H.C., Lineares Programmieren, Tübingen 1962, S. 23 ff.

2) Vgl. Platt, H., Input-Output-Analyse, Meisenheim/Glan 1957, S. 41 ff. und Waffenschmidt, W.G., Wirtschaftsmechanik, Stuttgart 1957, S. 76 ff.

3) Vgl. Kosiol, E., Modellanalyse als Grundlage unternehmerischer Entscheidungen, in: ZfhF 1961, S. 321 ff.

5. Reihenfolgemodelle und
6. strategische Modelle,

für angebracht bezeichnet werden. [1]

12 Besondere Abgrenzung

121 Das Wartezeitmodell

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die dem wartezeitmodell zugrunde liegenden Probleme erörtert werden. Da die dem Reihenfolgemodell anhaftenden Daten auch dem Warteschlangenmodell in ihrer Ausgangssituation von Fall zu Fall dienen, so soll in einer zusätzlichen Untersuchung der Zusammenhang beider Modelle dargestellt werden. Das Kernproblem der dem wartezeitmodell analogen Theorie besteht darin, die Schlangenlänge mit ihren Zu- und Abgängen zu erfassen, um das Optimum der Abfertigungseinrichtung zu erzielen, bei welcher die sog. Leerzeiten und der damit verbundene Aufwand ein Minimum und die Auslastung dieser Abfertigungseinrichtungen und der damit verbundene Ertrag ein Maximum erreichen. Es besteht demnach also ein Min-Max-Problem. [2]

Eine weitere Unterscheidung ist nach deterministischen und stochastischen Kriterien vorzunehmen. Bezüglich dieser Kriterien können für die Ankünfte und Abfertigungen einer Warteschlange - beschrieben durch Ankunfts- und Abfertigungsfrequenz - folgende Fälle unterschieden werden:

---

1) Vgl. Angermann, A., Betriebsführung und Operations Research, in: Hamburger Jahrbuch ..., a.a.O., S. 108.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 90 und 241 ff; Angermann rechnet diesen Modelltyp überzeugend zu den Extrema-Modellen.

Fall	Ankunfts-frequenz	Abfertigungs-frequenz
I	deterministisch	deterministisch
II	deterministisch	stochastisch
III	stochastisch	deterministisch
IV	stochastisch	stochastisch

Im Fall I kann eine Warteschlange vermieden werden, denn man kann die Ankünfte - persönlich oder/und sachlich - zeitlich in Übereinstimmung mit der Abfertigung einplanen. Bei rationalem Handeln darf deshalb keine Stauung entstehen. Es ist dann also:

Ankunftsfrequenz = Abfertigungsfrequenz.

Dieser Fall scheidet aus der folgenden Untersuchung aus. Die Fälle II und III können als Sonderfälle von Fall IV bezeichnet werden. Wegen der einseitigen stochastischen Abhängigkeiten in den Fällen II und III können die Relationen

Ankunftsfrequenz $>$ Abfertigungsfrequenz bzw.

Ankunftsfrequenz $<$ Abfertigungsfrequenz betr.

Leerzeiten bzw. Wartezeiten nicht ausgeschlossen werden.

Grundlage der folgenden Untersuchungen bleibt folglich der Fall IV, in welchem die Ankunfts- und Abfertigungsfrequenzen stochastisch sind.

122 Lösungsmethoden von Wartezeitproblemen

Einen Überblick über die Lösungsmethoden gibt folgendes Schema: [1]

<table>
<tr><td colspan="2">deterministisch</td><td colspan="2">stochastisch</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analytische Methoden</td><td>Numerische Methoden</td><td>ganzheitliche (intuitive)[2] Methoden</td></tr>
<tr><td>induktiv</td><td>deduktiv</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1. descriptive Analyse</td><td>1. Modellformulierung</td></tr>
<tr><td>2. Systematisierung</td><td>2. Abstraktion</td><td>1. Erfassung des Ursachenkomplexes nach äußeren Merkmalen</td><td>1. Erfassung</td><td>1. intuitives Erfassen des konkreten Forschungsgegenstandes</td></tr>
<tr><td>3. kausale Analyse</td><td>3. Modelllösung</td><td>2. Klassifizierung nur quantitativ</td><td>2. Abstraktion</td><td>2. Aufgabenstellung</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">4. Verifikation</td><td>3. Berechnung</td><td>3. Modellbildung</td><td>3. Berechnung</td></tr>
<tr><td>4. Lösung ohne Rückschluß über Qualität</td><td>4. Lösung</td><td>4. Lösung</td></tr>
<tr><td colspan="4">5. Vergleich und Kontrolle</td></tr>
</table>

Da bei der induktiven Forschungsmethode [3] konkrete Tatbestände untersucht werden, um Gesetzmäßigkeiten oder Zusammenhänge zu erkennen, kann von diesen einzelnen Erkenntnisobjekten nur

---

1) Dieses Schema, das die Lösungsmethoden in deterministische und stochastische gliedert, gilt selbstverständlich nicht nur für Warteschlangenmodelle allein.

2) Vgl. dazu Wöhe, G., Einführung ..., a.a.O., S. 26/27.

3) D.h. Schließen vom Besonderen auf das Allgemeine.

approximativ bzw. mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf andere Erkenntnisobjekte geschlossen werden. Im Gegensatz hierzu hat die deduktive Forschungsmethode [1] eine besondere Ausgestaltung in dem Modelldenken gefunden. Es wird hierbei zunächst ein "allgemeines" Modell konzipiert. Durch Einführung von Beschränkungen oder unumgänglichen vorhandenen oder/und neuen Einflußgrößen kommt man dann vom "allgemeinen" zum "speziellen" Modell. Es muß jedoch sicher sein, daß die an dem Modell dargestellten Zusammenhänge auch in der Wirklichkeit anzutreffen sind. Rein numerische und intuitive Methoden bilden zwar formal das "Pendant" zu den analytischen Methoden, haben aber nicht die Bedeutung erreicht, die den analytischen anhaftet. Der Grund ist in der unzureichenden Ausdrucksweise und der umständlichen numerischen Erfassung zu finden. Der Vorteil der analytischen Methode ist unbestritten. [2] Dementsprechend kann von der deduktiven Methode gesagt werden, daß sie von einer erkannten, als Arbeitshypothese angenommenen oder auch nur vermuteten Gesetzmäßigkeit zu der Erklärung des einzelnen Falles führt. Mit ihrer Hilfe werden gesetzmäßige Zusammenhänge zwischen bestimmten Tatsachen begreiflich zu machen versucht. Das Modell [3] als "gedankliches Abbild" darf jedoch den Zusammenhang mit der Wirklichkeit nicht verlieren, da sonst durch Übergang zur "gedanklichen Spielerei" als Praxisentfremdung eine ökonomische Entscheidungsgrundlage in Frage gestellt wird. Entgegengesetzt dazu gilt für die Induktion als Ausgangspunkt das Erfassen und begriffliche Festlegen von Tatbeständen und Vorgängen mit dem Ziel des Erkennens von Gesetzmäßigkeiten, wobei die gemeinsame

---

1) D.h. Schließen vom Allgemeinen auf das Besondere.

2) Vgl. dazu RKW, Auslandsdienst, a.a.O., S. 59 ff.

3) Vgl. hierzu Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 13 ff und Henn, R., Modellbetrachtungen in der Wirtschaft, ZfdgStW, 1957, S. 193 ff.

Ursache gleicher Tatsachen oder Abläufe gesucht wird. Sie führt als Untersuchungsmethode von besonderen einzelnen Fällen auf den allgemeinen Fall, von gleichartigen Gegebenheiten auf deren gemeinsamen Ursprung. Man gelangt mit ihr zu einem Ziel, wo das Verhältnis von Ursache und Wirkung völlig isoliert und die somit gefundene Gesetzmäßigkeit mit Hilfe von Experimenten [1] bewiesen werden kann. Da jedoch das ökonomische Experiment [2] realiter kostenverursachend wirkt und den Simulationen mit Hilfe von Zufallszahlen - also stochastischen Kriterien unterliegend - unterworfen wird, wird oft - wie beispielsweise in der theoretischen Physik - von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, sich von dem Erkenntnisgegenstand ein Denkmodell zu schaffen, in dem die einzelnen Zusammenhänge der Relation "Ursache - Wirkung" isoliert dargestellt werden.

Analog zu den verschiedenen Funktionsmodellen [3] werden deshalb drei Phasen benötigt, nämlich

1. Erkennen,
2. Beweisen und
3. Anwenden.

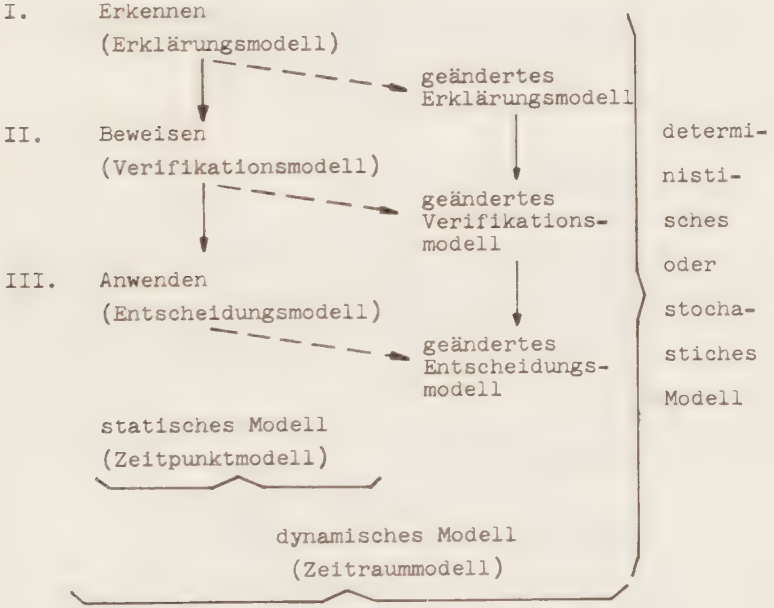
---

1) Der Naturwissenschaftler kann experimentieren. Er schafft sich die Versuchsbedingungen, die er braucht, um die Ursache-Wirkung-Zusammenhänge zu erkennen. Diese Experimente können in den meisten Fällen beliebig oft wiederholt werden. Der Betriebswirt hat dagegen in der Regel nicht die Möglichkeit, Erkenntnisse durch Experimente zu gewinnen. Es fehlen meistens auch die Voraussetzungen, um die Richtigkeit der hypothetisch aufgestellten Behauptungen experimentell zu beweisen. Erst seit der praktischen Nutzung von Elektronenrechnern ist es auch hier möglich, mit Hilfe von Simulation. Experimente durchzuführen. Ein Beispiel wird in dieser Arbeit noch Beachtung finden.

2) Vgl. dazu auch Faure, R., Einige Gedanken zum Aufstieg der Verfahrensforschung, a.a.O., S. 55 und 56.

3) Funktionsmodelle nach ihren Zielrichtungen sind: 1. Erklärungsmodelle (Erkennen), 2. Verifikationsmodelle (Beweisen) und 3. Entscheidungsmodelle (Anwenden); vgl. dazu auch Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 15.

Dieser Phasengraduierung folgen auch die Untersuchungen, wobei gleichzeitig der Zeit- oder/und Zustandsfaktor berücksichtigt werden kann. Das folgende Schema soll zwecks Übersichtlichkeit den Untersuchungsgang erläutern:



Da dem Wirtschaften an sich der Wesenszug des Wertens bzw. des Wählens zwischen verschiedenen Möglichkeiten anhaftet und darüberhinaus das Wirtschaften auch vorbedachtes Handeln darstellt [1], können die in der III. Phase relevanten Entscheidungen als

---

1) Vgl. dazu auch Schmalenbach, E., Der freien Wirtschaft zum Gedächtnis, 3. Aufl., Köln und Opladen 1958; ferner vgl. dazu Förstner, K., Über die Bestimmbarkeit wirtschaftlicher Kenngrößen, Meisenheim/Glan 1960, S. 20.

1. Alternativ-Entscheidungen (ja - nein) oder/und
2. Relations-Entscheidungen (Intensitäten, Quantitäten, etc.)

definiert werden.

123 Grundlagen des stochastischen Wartezeitmodells

1231 Allgemeine Voraussetzungen

Die einem stochastischen Wartezeitmodell zugrunde liegenden Voraussetzungen sind

a) regellose Zugänge und/oder
b) regellose Abgänge.

Die vor einer Abfertigung wartenden Objekte oder Subjekte - kurz als Einheiten bezeichnet - brauchen einer streng geordneten Reihendisziplin nicht untergeordnet zu sein. [1] Eine räumliche Anordnung bzw. Verteilung der Einheiten in der Form von Punktmengen [2] kann akzeptiert werden. Ferner kann eine Unterscheidung hinsichtlich der Abfertigung von Einheiten in

a) Bestehen von Vorzugsregeln und
b) Nichtbeachtung von Vorzugsregeln [3]

getroffen werden. Die Vorzugsregeln können in folgender Form zur Geltung kommen:

aa) persönlich:
1) Dringlichkeitsstufen,

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 241.

2) Punktmengen in Form von Fernsprechteilnehmern eines Telefonnetzes oder Gästen in einem Lokal, etc.

3) Vgl. Kellerer, H., Die Berechnung der mittleren Verweildauer, erläutert an betriebswirtschaftlichen Vorgängen, in: ZfhF, 1958, 10. Jg., Heft 3, S. 150 ff.; Kellerer spricht hier von der Abfertigungsordnung: "firstcome - firstserved".

2) Abfertigung von Extrem-Aufträgen (z.B. maximale oder minimale Auftragsgrößen),

3) Gesundheitszustand (z.B. Kriegsbeschädigte, Unfallversehrte, werdende Mütter, etc.);

ab) sachlich:

1) Dringlichkeitsstufen,

2) Auftragsgröße (analog zu Extrem-Aufträgen),

3) Frischhaltungs- bzw. Haltbarkeitsproblem (z.B. Tiefkühlkette bei Seefischen, Obst und Gemüse, etc.)

Diese Vorzugsregeln eliminieren - zwar mehr oder minder kurzfristig - die Voraussetzung der Regellosigkeit und reduzieren das stochastische Wartezeitproblem zu einem deterministischen Ablaufplanungsproblem. Unterbleibt diese Reduzierung, so wird die Reihenfolge der Abfertigung nach der Regel "Abfertigung von Einheiten der Reihe nach" erfolgen. Eine weitere sehr wichtige Grundlegung für

a) die Abfertigung selbst und

b) die Berechnung der bei Wartezeitproblemen zur Lösung anstehenden Fragen:

ba) Schlangenlänge,

bb) Durchschnitts-Wartezeit der Einheiten,

bc) Abfertigungskapazität und

bd) durchschnittliche Abfertigungsdauer

ist in der Unterscheidung von

a) Ein-Kanal-Abfertigung und

b) Mehr-Kanal-Abfertigung

zu treffen. Hierbei geht es bei

a) um sachlich und/oder persönlich unmögliche Erweiterung des Abfertigungssystems:

aa) die Lenkung der regellosen Einheitsankünfte bzw. Wandlung der Regellosigkeit der Einheitsankünfte in eine Regelmäßigkeit,

ab) die Erhöhung der Abfertigungs-Gesamtzeiten und/oder

ac) die Erhöhung des Abfertigungs-Personals oder -Einrichtungen

unter der Voraussetzung von $n > k$, d.h. die Zahl der abfertigungsbedürftigen Einheiten "n" ist größer als die vorhandenen Abfertigungseinrichtungen "k" (quantitativ) in derjenigen Zeiteinheit, die als Relation von Ankunfts- zu Abfertigungszeit in Betracht kommt, und bei

b) um sachlich und/oder persönlich mögliche Erweiterung des Abfertigungssystems:

ba) die selbsttätige Lenkung der regellosen Einheitsankünfte zu $k > 1$ Abfertigungsstellen,

bb) die Erhöhung der Abfertigungsstellen auf eine dem Wirtschaftlichkeitsprinzip folgende Anzahl und

bc) die Besetzung der $k > 1$ Abfertigungsstellen mit der notwendigen Personalanzahl bzw. die Inbetriebnahme von $k > 1$ Abfertigungseinrichtungen jeweils nach Bedarf

unter der Voraussetzung von $n \gtrless k$.
Liegt die Gegebenheit von $n = k$ vor, so sind die Wartezeiten gleich Null unter der Voraussetzung, daß dieser Zustand von Anfang an gilt, d.h. mit Eintreffen der 1. Einheit. Beide Gegebenheiten, d.h. ob Ein-Kanal- oder Mehr-Kanal-System, unterliegen dem Postulat der Wartezeit-Minimierung, also $T_w \rightarrow o$ bzw. $T_w \rightarrow min$.

1232 Definitionsgleichungen

Bei Erfassung und Berechnung eines Wartezeitmodells unter Voraussetzung stochastischer Parameter wird "... von der Annahme bestimmter Wahrscheinlichkeitsgesetze ausgegangen, denen die beiden Prozesse

- Ankunft und Abfertigung - gehorchen sollen". [1]
Die daraus resultierenden analytischen Berechnungen bedürfen der Ausdrucksweise einer Symbolik, die in folgenden Definitionsgleichungen [2] wiedergegeben wird:

n	=	Anzahl der wartenden Einheiten;
$\bar{n}$	=	durchschnittliche Anzahl der auf Abfertigung wartenden Einheiten;
$\bar{t}_a = \frac{1}{\lambda}$	=	durchschnittlicher Zeitraum, in dem eine Einheit ankommt;
$\frac{1}{\bar{t}_a} = \lambda$	=	Durchschnittszugangsrate pro Zeiteinheit;
$\bar{t}_b = \frac{1}{\mu}$	=	durchschnittlicher Zeitraum, der für die Abfertigung einer Einheit benötigt wird;
$\frac{1}{\bar{t}_b} = \mu$	=	Durchschnittsabfertigungsrate pro Zeiteinheit;
$\frac{1}{\bar{t}_a} : \frac{1}{\bar{t}_b} = \frac{\lambda}{\mu} = \varkappa$	=	Verkehrsdichte bzw. Verkehrsintensität, angegeben in "Erlang" 3)
$1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \varkappa = \tau$	=	Durchschnittsleerzeit pro Zeiteinheit unter der Voraussetzung $\varkappa < 1$ und $\lambda < \mu$;
$\bar{t}_w$	=	Durchschnittswartezeit einer ankommenden Einheit;

---

1) Vgl. hierzu Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 251.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 243 ff.; ferner Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and Arnoff, E.L., a.a.O., S. 394 ff.

3) Die Bezeichnung "Erlang" als Maßeinheit für die Verkehrsintensität wurde von D.G. Kendall zu Ehren von A.K. Erlang geprägt; vgl. hierzu Kendall, D.G., Some Problems in the Theory of Queues, in: J.Roy. Stat.Soc., Ser.B, Bd. 13, 1951, S. 151 ff.

$\bar{t}_v$ = durchschnittliche Verweilzeit einer Einheit im System;

k = Anzahl der Abfertigungsstellen;

$P_n(t)$ = Wahrscheinlichkeit, daß n Einheiten zur Zeit t sich im System befinden;

$1 - \lambda(\Delta t)$ = Wahrscheinlichkeit, daß während des finitesimalen Zeitintervalls Δt keine neue Einheit hinzukommt;

$1 - \mu(\Delta t)$ = Wahrscheinlichkeit, daß während des finitesimalen Zeitintervalls Δt keine Einheit abgefertigt wird;

Für die Ankünfte von Einheiten unterstellen wir, daß die Durchschnittszugangsrate λ von der Zeit t, der Anzahl der wartenden Einheiten n (Schlangenlänge), von nicht wesensbedingten stochastischen Parametern unabhängig ist und für den finitesimalen Zeitzuwachs (Δt) als konstant angesehen werden kann. Wird der Zeitzuwachs (Δt) finitesimal klein gewählt, so gilt:

(1) $\lambda(\Delta t) = P(t_1, t_2)$, für $t_2 = t_1 + (\Delta t)$,

= Wahrscheinlichkeit P, daß während des finitesimalen Zeitintervalls $(t_1, t_1 + (\Delta t))$ eine Einheit ankommt.

Baut sich die Anzahl der auf Abfertigung wartenden Einheiten n in der Form einer Warteschlange unter der Voraussetzung von $P(t_1, t_2) = \lambda(\Delta t)$ auf, so gelten diese Ankünfte als poisson-verteilt mit der Verteilungsfunktion

(2) $f_t(n)_\lambda = P_n(t)$,

= Wahrscheinlichkeit, daß n Zugänge in der Zeit t vorliegen;

Daraus folgt, daß t einer Zufallsvariablen für den Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zugängen von Einheiten und der Exponentialverteilung mit dem Parameter λt zuzuordnen ist:

(3) $f_t(n)_\lambda = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$ für $g(t_a) = \lambda e^{-\lambda t_a}$ als Dichtefunktion von t;

Für die Abfertigung von Einheiten unterstellt man, daß die Durchschnittsabfertigungsrate μ von der Zeit t, der Anzahl der wartenden Einheiten n (Schlangenlänge), von nicht wesensbedingten stochastischen Parametern unabhängig ist und für den finitesimalen Zeitzuwachs Δt als konstant betrachtet werden kann. Wird dieser Zeitzuwachs Δt - analog zu dem Ankunftsprozeß - finitesimal klein gewählt, so gilt:

(4) $\mu(\Delta t) = P(t_1, t_2)$, für $t_2 = t_1 + (\Delta t)$,
= Wahrscheinlichkeit P, daß während des finitesimalen Zeitintervalls $(t_1, t_1+(\Delta t))$ eine Einheit abgefertigt wird;

Gilt für die Abfertigung unter den o.a. Prämissen die Wahrscheinlichkeit P, so liegt für die Abfertigungszeiten bei n möglichen Abfertigungen innerhalb des Abfertigungsintervalls t mit dem Parameter μt eine POISSON-Verteilung vor:

(5) $f_t(n)_\mu = P_n(t)$,
= Wahrscheinlichkeit, daß n Abfertigungen in der Zeit t erfolgen;

Wird auch hier als Dichtefunktion für t die Exponentialverteilung

$$(5\,a)\quad g(t_b) = \mu\, e^{-\mu t_b}$$

als Beschränkung für die Abfertigung einer Einheit als Folge der Wahrscheinlichkeit, daß n Abfertigungen in der Zeit t durchgeführt werden, bezeichnet, so gilt:

$$(6)\qquad f_t(n)_\mu = \frac{(\mu t)^n\, e^{-\mu t}}{n!}\,.$$

Die somit erläuterten Relationen (1), ..., (6) umfassen die Wahrscheinlichkeitsannahmen, welche für die analytische und numerische Berechnung der folgenden Wartezeitmodelle grundlegend sind. [1)]

---

1) Stochastische Modelle, z.B.

a) vom Straßenverkehr (ampelbestückte Kreuzungen, Zollstellen, Brücken, Tunnel, etc.), in welchem die Geschwindigkeiten der Fahrzeuge,

b) vom Telefonverkehr, in dem die Anzahl der gewünschten Verbindungen einer Poisson-Verteilung unterliegen.

Vgl. dazu Gordon, W.J., and Newell, G.F., Equilibrium Analysis of a Stochastic Modell of Trafic Flow, Division of Applied Mathematics, Brown University, Rhode Island, New York 1960, S. 12 ff.

Auf den Grundlagen von Gordon und Newell beruht auch die in Toronto/Canada erstmalig installierte und mit Erfolg getestete Straßenkreuzungs-Ampelbestückung, die als sogen. "Toronto-Fall" 1963/64 bekannt wurde. Die neuesten diesbezüglichen Forschungsergebnisse beruhen wiederum auf den Ergebnissen des Toronto-Falls und sind von der "GHISA 62" (eine Operations-Research-Gruppe der Firma OLIVETTI/Italien) auf Simulationsbasis übertragen und ausgewertet worden. Vgl. hierzu Zeitschrift f. elektron. Datenverarbeitung, Heft 2, 1964, S. 81 - 85 (L. Cantoni, Milano/Italien).

2. Kapitel

Lösung von Wartezeitproblemen aufgrund analytischer Funktionsgleichungen

21 Das Ein-Kanal-Modell

211 Analytische Lösung des Ein-Kanal-Problems

Ziel dieser Berechnung ist die Problemlösung der Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Anzahl n auf Abfertigung vor einer Abfertigungsstelle ($k = 1$) wartenden Einheiten. Aus dieser Berechnung erhält man dann die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}$ der wartenden Einheiten (durchschnittliche Schlangenlänge), die durchschnittliche Abfertigungszeit $\bar{t}_b$ und die durchschnittliche Wartezeit $\bar{t}_w$ der sich vor den Abfertigungsstellen sowie die durchschnittliche Verweilzeit $\bar{t}_v$ der sich im System befindenden Einheiten (Fig. 2).

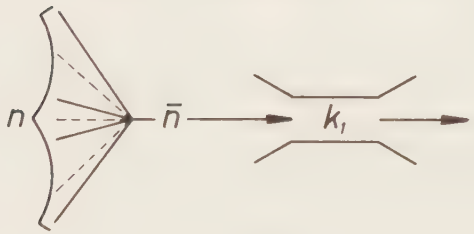


Fig. 2

2111 ... unter Voraussetzung zufälliger Ankünfte und Abgänge von Einheiten, Unabhängigkeit der Abfertigungsrate von der Anzahl der wartenden Einheiten und Abfertigung nach der Folge des Eintreffens von Einheiten

Hierbei ist noch zu berücksichtigen:

1. die Unabhängigkeit der Abfertigungsrate μ von der Schlangenlänge n und
2. die Abhängigkeit der Ankunftsrate λ und der Abfertigungsrate μ von der Schlangenlänge n .

Es soll zunächst das Postulat der Unabhängigkeit gelten, und es wird eine konstante Zugangsrate λ angenommen, d.h. in einem sehr kleinen Zeitintervall Δt ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer Einheit $\lambda \Delta t$. Die Wahrscheinlichkeit, daß zur Zeit $t + \Delta t$ in der Warteschlange n Einheiten enthalten sind, kann nach dem Additionsgesetz der Wahrscheinlichkeitstheorie für $n > o$ als Summe der zusammengesetzten Wahrscheinlichkeiten unter dem Postulat der Unabhängigkeit der vier folgenden Ereignisse wiedergegeben werden:

1. Ereignis

I. im System sind zur Zeit t n Einheiten ..... $P_n(t)$

II. während des Intervalls Δt erfolgt kein Zugang einer Einheit .. $1 - \lambda (\Delta t)$

III. während des Intervalls Δt wird keine Einheit abgefertigt ..... $1 - \mu (\Delta t)$

Das Produkt aus I., II. und III. lautet:

$$P_n(t) \cdot \left[1 - \lambda(\Delta t)\right] \cdot \left[1 - \mu (\Delta t)\right] \cdot$$

2. Ereignis

IV. im System sind zur Zeit t $n + 1$ Einheiten ..... $P_{n+1}(t)$

V. während des Intervalls Δt erfolgt kein Zugang einer Einheit ... $1 - \lambda(\Delta t)$

VI. während des Intervalls Δt wird eine Einheit abgefertigt ..... $\mu(\Delta t)$

Das Produkt aus IV., V. und VI. lautet:

$$P_{n+1}(t) \cdot \left[1 - \lambda(\Delta t)\right] \cdot \mu(\Delta t) \cdot$$

3. Ereignis

VII. im System befinden sich zur Zeit t $n-1$ Einheiten ..... $P_{n-1}(t)$

VIII. während des Intervalls Δt erfolgt der Zugang einer Einheit ..... $\lambda(\Delta t)$

IX. während des Intervalls Δt wird keine Einheit abgefertigt ..... $1 - \mu(\Delta t)$

Das Produkt aus VII., VIII. und IX. lautet:

$$P_{n-1}(t) \cdot \lambda(\Delta t) \cdot \left[1 - \mu(\Delta t)\right] \cdot$$

4. Ereignis

Es treten im Zeitraum Δt mehr als ein Zu- oder Abgang ein. Die Wahrscheinlichkeit dafür enthält als Faktor $(\Delta t)^2$ und läßt sich schreiben als $R(\Delta t)^2$.

Die Wahrscheinlichkeiten der o.a. vier Ereignisse werden zur besseren Übersicht nochmals angeführt und ausmultipliziert:

1. $P_n(t)\left[1-\lambda(\Delta t)\right]\left[1-\mu(\Delta t)\right] = P_n(t)\left[1-\lambda(\Delta t)-\mu(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right]$

2. $P_{n+1}(t)\left[1-\lambda(\Delta t)\right]\mu(\Delta t) = P_{n+1}(t)\left[\mu(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right]$

3. $P_{n-1}(t)\,\lambda(\Delta t)\left[1-\mu(\Delta t)\right] = P_{n-1}(t)\left[\lambda(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right]$

4. $R(\Delta t)^2$

Die Wahrscheinlichkeit P_n, daß sich zu dem Zeitpunkt $t + \Delta t$ genau n Einheiten in der Warteschlagen befinden, erhält man durch Addition von:

$$\begin{aligned} P_n(t+\Delta t) &= P_n(t)\left[1-\lambda(\Delta t)-\mu(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right] \\ &\quad + P_{n+1}(t)\left[\mu(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right] \\ &\quad + P_{n-1}(t)\left[\lambda(\Delta t)+\lambda\mu(\Delta t)^2\right] \\ &\quad + R(\Delta t)^2 \\ &= P_n(t)-P_n(t)\lambda(\Delta t)-P_n(t)\mu(\Delta t) \\ &\quad + P_{n+1}(t)\mu(\Delta t)+P_{n-1}(t)\lambda(\Delta t) \\ &\quad + R^+(\Delta t)^2 . \end{aligned}$$

Durch Δt gekürzt, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{P_n(t+\Delta t)}{\Delta t} &= \frac{P_n(t)}{\Delta t} - P_n(t)\lambda - P_n(t)\mu + P_{n+1}(t)\mu \\ &\quad + P_{n-1}(t)\lambda + R^+(\Delta t) \\ &= \frac{P_n(t)}{\Delta t} - P_n(t) \cdot (\lambda+\mu) + P_{n+1}(t)\mu \\ &\quad - P_{n-1}(t)\lambda + R^+(\Delta t) . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{P_n(t+\Delta t)-P_n(t)}{\Delta t} &= - P_n(t) \cdot (\lambda+\mu) + P_{n+1}(t)\mu \\ &\quad - P_{n-1}(t)\lambda + R^+(\Delta t). \end{aligned}$$

Man erhält für $\Delta t \longrightarrow 0$ unter der Bedingung $n > 0$ die Differentialgleichung:

$$(7)\quad \frac{dP_n(t)}{dt} = - P_n(t) \cdot (\lambda+\mu) + P_{n+1}(t)\mu + P_{n-1}(t)\lambda .$$

Für den Fall, daß sich keine Einheiten in der Warteschlange befinden, d.h. $n = 0$, bedürfen die vorangehenden vier Ereignisse einer Abänderung.
Die Hypothese lautet jetzt:
Zum Zeitpunkt t wird gerade eine Einheit abgefertigt; diese Einheit soll mit zur Warteschlange gezählt werden; daraus resultiert die Wahrscheinlichkeit, daß zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ keine Einheiten überhaupt vorhanden sind, aus der Summe der drei folgenden sich gegenseitig ausschließenden Wahrscheinlichkeiten:

$P_o(t)\ (1 - \lambda \Delta t)$ = Wahrscheinlichkeit, daß in dem Intervall Δt keine Einheit ankommt und zum Zeitpunkt t keine Einheiten in der Warteschlange sind;

$P_1(t)\ (\mu \Delta t)(1-\lambda \Delta t)$ = Wahrscheinlichkeit, daß in dem Intervall Δt keine Einheit ankommt, aber gerade in dem Intervall Δt eine Einheit abgefertigt wird und zu dem Zeitpunkt t ~~eine Einheit~~ - aufgrund der Abfertigung einer Einheit - sich gerade eine Einheit in der Warteschlange befindet;

$R(\Delta t)^2$ = Wahrscheinlichkeit, daß mehr als ein Ereignis eintritt.

Durch Addition der drei Wahrscheinlichkeiten erhält man nun die Wahrscheinlichkeit, daß sich zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ keine Einheiten in der Warteschlange befinden $(n = 0)$:

$$P_o(t+\Delta t) = P_o(t)(1-\lambda \Delta t)+P_1(t)(\mu \Delta t)(1-\lambda \Delta t)+R(\Delta t)^2$$

$$= P_o(t)-P_o(t)\lambda \Delta t+P_1(t)\mu \Delta t-P_1(t)\mu \Delta t\, \lambda \Delta t + R(\Delta t)^2$$

$$= P_o(t)-P_o(t)\lambda \Delta t+P_1(t)\mu \Delta t +R^+(\Delta t)^2.$$

Daraus folgt:

$$P_o(t+\Delta t) - P_o(t) = -P_o(t)\lambda\Delta t + P_1(t)\mu\Delta t + R^+(\Delta t)^2 .$$

Wird auch hier die Gleichung durch Δt gekürzt, so ergibt sich:

$$\frac{P_o(t+\Delta t) - P_o(t)}{\Delta t} = - P_o(t)\lambda + P_1(t)\mu + R^+(\Delta t).$$

Im Grenzübergang für $\Delta t \longrightarrow o$ unter der Bedingung von $n = o$ erhält man die Differentialgleichung:

$$(8) \quad \frac{dP_o(t)}{dt} = - P_o(t)\lambda + P_1(t)\mu \quad .$$

Werden die beiden Differentialgleichungen für

a) den Fall $n > o$ (Formel 7) und
b) den Fall $n = o$ (Formel 8)

näher betrachtet, so erhält man aus (7) und (8) die Interpedenz zwischen der Warte- und Abfertigungszeit von Einheiten. Setzt man voraus, daß die Abfertigungsrate μ und die Zugangsrate λ konstant sind und daß gilt $\lambda < \mu$, d.h. es können im Durchschnitt mehr Einheiten abgefertigt werden als ankommen, so spielt sich der Vorgang schnell ein, und es wird ein "stationärer Zustand" erreicht. Dieser stationäre Zustand kommt zum Ausdruck durch

$$\frac{dP_n}{dt} = 0 , \quad \text{für} \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

wobei vorausgesetzt wird, daß die Verkehrsdichte $\lambda/\mu = \varkappa \leq 1$ ist. Für $\varkappa \geq 1$ ist diese Methode nicht anwendbar, da ein stationärer Zustand nicht erreicht wird und die Warteschlange für $\varkappa \geq 1$ gegen unendlich wächst. Eine Verfolgung dieses Rechenganges kann aus diesen Gründen unterbleiben.

Die Differentialgleichungen lauteten:

$$(7)\quad \frac{dP_n(t)}{dt} = -P_n(t)\,(\lambda+\mu) + P_{n+1}(t)\mu + P_{n-1}(t)\lambda$$

$$(8)\quad \frac{dP_o(t)}{dt} = -P_o(t)\lambda + P_1(t)\mu$$

Für $\frac{dP_n}{dt} = 0$ (für $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$)

gehen diese Differentialgleichungen in folgende Differenzengleichungen über:

$$(7\text{ a})\quad 0 = -P_n(\lambda+\mu) + P_{n+1}\mu + P_{n-1}\lambda \quad (\text{für } n > 0)\,.$$

$$(8\text{ a})\quad 0 = -P_o\lambda + P_1\mu \quad (\text{für } n = 0)\,.$$

Nach Umformung der Gleichung (7 a) erhält man:

$$P_n\lambda - P_{n+1}\mu = P_{n-1}\lambda - P_n\mu \qquad \text{für } n > 0\ ;$$

für $n = 1$ geht die Gleichung über in:

$$P_{n-1}\lambda - P_n\mu = 0 \qquad \text{und}$$

$$P_n = \frac{\lambda}{\mu} P_{n-1} \qquad \text{für } n = 1\ ;$$

durch Induktion folgt aus diesen Gleichungen:

$$0 = -\lambda P_{n-1} + \mu P_n \qquad \text{für alle } n \geq 1 \text{ und}$$

$$P_{n+1} = \frac{\lambda}{\mu} P_n \qquad \text{für alle } n \geq 0\,.$$

Mit dieser Gleichung wird auf das allgemeine Glied geschlossen, das dem einer geometrischen Folge analog ist:

$$P_n = P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad ,$$

$$(9) \qquad P_n = P_o \varkappa^n \quad .$$

21111 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}$ von wartenden Einheiten

Aus der Summenformel der endlichen geometrischen Reihe

$$\sum_o^n P_i = P_o \sum_o^n \varkappa^n = P_o \frac{1 - \varkappa^{n+1}}{1 - \varkappa} \qquad \text{für } \varkappa < 1$$

erhält man nach Auflösung von

$$\sum_o^n P_i = P_o \frac{1}{1 - \varkappa} - P_o \frac{\varkappa^{n+1}}{1 - \varkappa} \qquad \text{und}$$

nach Grenzübergang für $n \to \infty$ den Summenwert einer unendlichen geometrischen Reihe mit:

$$(10) \quad \sum_o^\infty P_i = P_o \frac{1}{1 - \varkappa} \qquad \text{für } \varkappa < 1 \text{ und } i = 1..\infty;$$

Da die Summe aller Wahrscheinlichkeiten P_i gleich 1 ist, also

$$\sum_o^\infty P_i = 1 \quad ,$$

so folgt aus:

$$\sum_o^\infty P_i = 1 = P_o \frac{1}{1 - \varkappa}$$

$$1 = P_o \frac{1}{1 - \varkappa}$$

$$(11) \qquad P_o = 1 - \varkappa \quad .$$

Setzt man nun diesen Wert für P_o ein in

$$P_n = P_o \varkappa^n \quad ,$$

so erhält man die Wahrscheinlichkeit für die Anzahl von n wartenden Einheiten (Warteschlangenlänge):

$$(12) \quad P_n = (1 - \varkappa)\, \varkappa^n \qquad \text{für } \varkappa < 1 \; .$$

Die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}$ von wartenden Einheiten folgt der Voraussetzung

$$\sum_0^\infty P_n = 1 \qquad \text{zu} \qquad \bar{n} = \sum_0^\infty n\, P_n \; .$$

Substituiert man diesen Faktor P_n durch den in (12) gewonnenen Wahrscheinlichkeitswert P_n, so errechnet sich der Durchschnittswert $\bar{n}$ nach:

$$(12\,a) \quad \bar{n} = (1 - \varkappa)\, \varkappa \sum_0^\infty n\, \varkappa^{n-1}$$

$$= (1 - \varkappa)\, \varkappa \frac{d}{d\varkappa} \left(\sum_0^\infty \varkappa^n \right)$$

$$= (1 - \varkappa)\, \varkappa \frac{d}{d\varkappa} \left(\frac{1}{1 - \varkappa} \right)$$

$$= (1 - \varkappa)\, \varkappa \frac{1}{(1 - \varkappa)^2}$$

$$= \frac{\varkappa}{1 - \varkappa} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \qquad \text{für } \varkappa < 1 \; .$$

21112 Berechnung der durchschnittlichen Zwischenankunftszeit $\bar{t}_a$

Den Definitionsgleichungen wird entnommen, daß die durchschnittliche Zugangsrate λ durch

$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}_a}$$

gekennzeichnet wurde. Durch Seitentausch der Gleichung läßt sich dieser Ausdruck nach $\bar{t}_a$ auflösen, so daß sich ergibt:

$$\bar{t}_a = \frac{1}{\lambda} .$$

Dieses $\bar{t}_a$ stellt die Zeitspanne dar, die durchschnittlich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zugängen von je einer Einheit liegt. Der Beweis dafür wird in der folgenden Berechnung erbracht:

Zur Zeit t_A sei eine Ankunft erfolgt. Die Wahrscheinlichkeit, daß zwischen $t_A + t$ und $t_A + t + \Delta t$ keine Ankunft erfolgt, ist $1 - \lambda \Delta t$. Die Wahrscheinlichkeit P dafür, daß bis $t_A + t + \Delta t$ keine Ankunft erfolgt, ist damit:

$$P(t_A+t)(1-\lambda \Delta t) = P(t_A+t+\Delta t),$$

$$\frac{P(t_A+t+\Delta t) - P(t_A+t)}{\Delta t} = -\lambda P(t_A+t).$$

Nach Grenzübergang für $\Delta t \longrightarrow 0$ folgt:

$$\frac{dP}{dt} = -\lambda P(t_A+t) ,$$

$$\frac{dP}{dt}\,\frac{1}{P} = -\lambda$$

Wegen $P(t_A) = 1$ und $\lambda > o$ gilt:

$$P(t_A+t) = e^{-\lambda t},$$

woraus die Wahrscheinlichkeit für den Zugang einer Einheit von t_A bis $t_A + t$ mit

$F(t) = 1 - P(t)$ folgt und aufgrund der

Dichtefunktion $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ für die durchschnittliche Zwischenankünftszeit sich ergibt:

$$\bar{t}_a = \int_o^\infty t f(t)dt = \int_o^\infty t\,\lambda\, e^{-\lambda t}\, dt$$

(13) $\bar{t}_a = \frac{1}{\lambda}$ (ohne Bedingungen außer $\lambda > o$) .

21113 Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit von Einheiten im System

Aus der Gleichung für die Ermittlung der durchschnittlichen Anzahl von Einheiten in der Warteschlange [1)]

$$\bar{n} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\text{durchschnittl.Ank.}}{\text{Zeit}} \cdot \frac{\text{durchschn.WZt}}{\text{Einheit}}$$

folgt:

$$\frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \lambda\, t_v ,$$

(14) $\bar{t}_v = \frac{1}{\mu - \lambda}$

---

1) Vgl. S. 41 dieser Arbeit.

21114 Berechnung der durchschnittlichen Abfertigungszeit von Einheiten

Analog zur Berechnung der Zwischenankunftszeit $\bar{t}_a$ ergibt sich für $\bar{t}_b$ [1]:

$$(15) \quad \bar{t}_b = \frac{1}{\mu} .$$

21115 Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit von auf Abfertigung wartenden Einheiten

Aus Gleichung (14) folgt für die durchschnittliche Wartezeit die Differenz aus durchschnittlicher Verweilzeit und durchschnittlicher Abfertigungszeit:

$$(16) \quad \bar{t}_w = \bar{t}_v - \bar{t}_b = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\varkappa}{\mu - \lambda} .$$

21116 Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten t_w

Von Interesse ist, nun die Verteilung der durchschnittlichen Wartezeit $\bar{t}_w$ abzugrenzen und eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der effektiv wartenden Einheiten zu errechnen. (Unter der Voraussetzung von $\varkappa < 1$, d.h. die Verkehrsdichte $\varkappa$ muß kleiner als 1 sein, da im inversen Fall für $\varkappa \geq 1$ die Warteschlange gegen Unendlich tendiert.)

---

1) Vgl. S. 42 dieser Arbeit.

Die Wahrscheinlichkeit, daß keine Einheit vor der Abfertigungsstelle warten muß, betrug

(11) $P_o = 1 - \varkappa$.

Die Wahrscheinlichkeit P_w , daß eine neu eintreffende Einheit warten muß, ist wegen

$$P_w + P_o = 1 ,$$

$$P_w = \varkappa .$$

Die Wahrscheinlichkeit $P_w(t)$, daß die neu eintreffende Einheit, die sich den bereits wartenden Einheiten anschließt, höchstens die Zeit t warten muß, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß in der Zeit t die bei Eintreffen der neuen Einheit bereits im System vorhandenen Einheiten abgefertigt werden [1].
Die Dichtefunktion des Wahrscheinlichkeitsfeldes dafür, daß eine Einheit, die ins System kommt, wenn bereits n Einheiten sich darin befinden, die Zeit t warten muß, ist gegeben durch:

$$G_{n,\mu}(t) = \mu \frac{(\mu t)^{n-1} e^{-\mu t}}{(n-1)!} .$$

Beweis: Das Wahrscheinlichkeitsfeld erhält man durch n - maliges Falten des Wahrscheinlichkeitsfeldes für den Fall $n = 1$. Dieses hat die Dichtefunktion:

$$G_{1,\mu}(t) = \mu e^{-\mu t} \quad \text{(Induktionsanfang)} \; [2]$$

für $t > o$.

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 260.

2) Vgl. S. 43 dieser Arbeit.

Man faltet nun das Wahrscheinlichkeitsfeld mit der Dichtefunktion $G_{n,\mu}(t)$ mit dem Wahrscheinlichkeitsfeld und der zugehörigen Dichtefunktion $G_{1,\mu}(t)$.

Das Produkt der Dichtefunktion ist:

$$G_{n,\mu}(t) \cdot G_{1,\mu}(t)$$

$$= \mu e^{-\mu r} \cdot \mu \frac{(\mu s)^{n-1} e^{-\mu s}}{(n-1)!}$$

$$= \mu e^{-\mu (r+s)} \cdot \frac{\mu^n \cdot s^{n-1}}{(n-1)!}$$

für $(r,s) > o$.

Setzt man nun $r + s = t$, so folgt:

$$G_{n,\mu}(s) \cdot G_{1,\mu}(t-s)$$

$$= \mu e^{-\mu t} \cdot \frac{\mu^n \cdot s^{n-1}}{(n-1)!}$$

für $s > o$ und $t \geq s$.

Integriert man nach ds von 0 bis t, so erhält man die Dichtefunktion des Wahrscheinlichkeitsfeldes:

$$\mu \frac{\mu^n \cdot t^n \cdot e^{-\mu t}}{n!} .$$

Das ist offenbar $G_{n+1,\mu}(t)$, womit die o. a. Formel für $G_{n,\mu}(t)$ durch vollständige Induktion bewiesen ist.

Damit erhält man für die Dichtefunktion $G(t)$ des Wahrscheinlichkeitsfeldes [1] dafür, daß eine Einheit, die ins System kommt, die Zeit t warten muß:

$$G(t) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n G_{n,\mu}(t)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} (1-K) K^n \cdot \mu \frac{\mu^{n-1} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-\mu t}}{(n-1)!}$$

$$= (1-K) \cdot e^{-\mu t} \sum_{n=1}^{\infty} K \cdot K^{n-1} \mu \frac{\mu^{n-1} \cdot t^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$= (1-K) \cdot e^{-\mu t} \lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^{n-1}}{\mu^{n-1}} \frac{\mu^{n-1} \cdot t^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$= (\lambda - \frac{\lambda^2}{\mu}) \cdot e^{-\mu t} \sum_{n=o}^{\infty} \frac{\lambda^n \cdot t^n}{n!}$$

$$= (\lambda - \frac{\lambda^2}{\mu}) \cdot e^{-\mu t} \cdot e^{\lambda t}$$

$$= (\lambda - \frac{\lambda^2}{\mu}) \cdot e^{-(\mu - \lambda) \cdot t} \qquad \text{für } t \geq o \ .$$

Damit erhält man für die Verteilungsfunktion [2]

$$P(t) = 1 - \int_t^{\infty} G(t)\, dt \qquad \text{für } t \geq o \ .$$

---

1) Das Wahrscheinlichkeitsfeld ist vom gemischten Typ; bei o liegt eine Sprungstelle vor. $G(t)$ ist die Dichtefunktion für den stetigen Teil.

2) $P(t)$ liefert die Wahrscheinlichkeit, daß eine Einheit höchstens die Zeit t warten muß. Vgl. hierzu Fußnote 1 auf Seite 45 dieser Arbeit.

$$P(t) = 1 - \int_t^{\infty} (\lambda - \frac{\lambda^2}{\mu}) \cdot e^{-(\mu - \lambda)t} \, dt$$

(17) $$P(t) = 1 - \alpha e^{-(\mu - \lambda)t} \qquad \text{für } t \geq o \ .$$

2112 **... unter Voraussetzung zufälliger Ankünfte und Abgänge von Einheiten, Abhängigkeit der Ankunftsrate und Abfertigungsrate von der Anzahl der wartenden Einheiten**

Unter der bisherigen Voraussetzung der Unabhängigkeit der Zu- und Abgangsraten λ und μ vom Systemzustand wurde davon ausgegangen, daß im kleinen Intervall Δt mit der Wahrscheinlichkeit $\lambda \Delta t$ ein Zugang und mit der Wahrscheinlichkeit $\mu \Delta t$ ein Abgang erfolgt.

Nimmt man an, daß die Zu- und Abgangsraten vom Systemzustand abhängen, so muß man davon ausgehen, daß im kleinen Intervall Δt mit der Wahrscheinlichkeit $\lambda_n \Delta t$ ein Zugang erfolgt, falls sich das System in einem Zustand S_n befindet, und mit der Wahrscheinlichkeit $\mu_n \Delta t$ ein Abgang erfolgt, falls sich das System ebenfalls im Zustand S_n befindet.

Die Wahrscheinlichkeit $P_n(t + \Delta t)$, daß sich das System zur Zeit $t + \Delta t$ im Zustand S_n befindet, erhält man aus den folgenden Fällen [1]:

1) Zur Zeit t befindet sich das System im Zustand S_n, und es tritt im Intervall $(t, t + \Delta t)$ keine Veränderung ein. Die Wahr-

---

1) Setzt man $P_{-1}=0$, $\lambda_{-1}=0$, $\mu_{-1}=\mu_o=0$, so darf die Überlegung für $n \geq 0$ gelten.

scheinlichkeit dafür ist:

$$P_n(1-\mu_n \Delta t)(1-\lambda_n \Delta t).$$

2) Zur Zeit t befindet sich das System im Zustand S_{n-1}; es wird im Intervall $(t, t+\Delta t)$ keine Einheit abgefertigt, und es kommt eine Einheit hinzu. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist:

$$P_{n-1}(1-\mu_{n-1} \Delta t) \cdot \lambda_{n-1} \Delta t.$$

3) Zur Zeit t befindet sich das System im Zustand S_{n+1}; es wird im Intervall $(t, t+\Delta t)$ eine Einheit abgefertigt, und es kommt keine Einheit hinzu. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist:

$$P_{n+1}(1-\lambda_{n+1} \Delta t) \cdot \mu_{n+1} \Delta t.$$

4) Es treten im Intervall $(t, t+\Delta t)$ mehr als eine Veränderung ein. Die Wahrscheinlichkeiten für alle diese Fälle lassen sich zusammenfassen zu:

$$R(\Delta t)^2 \quad \text{mit beschränktem } R \text{ für } \Delta t \to 0.$$

Da die Fälle 1) bis 4) sich gegenseitig ausschließen und weitere Fälle nicht eintreten können, gilt:

$$\begin{aligned}(18)\quad P_n(t+\Delta t) = {} & P_n(1-\mu_n \Delta t)(1-\lambda_n \Delta t) \\ & + P_{n-1}(1-\mu_{n-1} \Delta t) \cdot \lambda_{n-1} \Delta t \\ & + P_{n+1} \cdot \mu_{n+1} \Delta t \cdot (1-\lambda_{n+1} \Delta t) \\ & + R(\Delta t)^2\end{aligned}$$

$$P_n(t + \Delta t) = P_n - (\mu_n + \lambda_n)\,\Delta t\, P_n + P_{n-1}\,\lambda_{n-1}\,\Delta t + P_{n+1}\,\mu_{n+1}\,\Delta t + R^+\,(\Delta t)^2$$

$$(19)\quad \frac{P_n(t+\Delta t) - P_n}{\Delta t} = -(\mu_n + \lambda_n)\,P_n + P_{n-1}\,\lambda_{n-1} + P_{n+1}\,\mu_{n+1} + R^+\,\Delta t.$$

Für $\Delta t \to 0$ erhält man nun:

$$(20)\quad \frac{dP_n}{dt} = -(\mu_n + \lambda_n)\,P_n + P_{n-1}\,\lambda_{n-1} + P_{n+1}\,\mu_{n+1}\,.$$

Für $n = 0$ gilt insbesondere:

$$(21)\quad \frac{dP_o}{dt} = P_1(t)\,\mu_1 - P_o(t)\,\lambda_o\,.$$

Befindet sich das System im Zeitpunkt $t_o = 0$ im Zustand S_i, dann liegt die Ausgangsstellung vor mit:

$$(22)\quad P_i(0) = 1\,,$$

$$(23)\quad P_n(0) = 0\,, \qquad \text{für } n \neq i\,.$$

Die Gleichungen (20) bis (23) sind die sogenannten Fundamentalgleichungen eines Wartezeitproblems, bei welchem die Zugangs- und Abfertigungsraten von der

Anzahl der wartenden Einheiten abhängen [1].

Gilt die Bedingung $\lambda_o = 0$, so nennt man S_o einen absorbierenden Zustand. Ist der Vorgang einmal beim Zustand S_o angelangt, so ist ein Übergang in einen anderen Zustand unmöglich. Aus der Gleichung (21) folgt für $\lambda_o = 0$:

$$\frac{dP_o}{dt} = \mu_1 P_1(t) \geq 0 .$$

Das bedeutet, daß $P_o(t)$ monoton wachsend ist; wegen $P_o(t) \leq 1$ nimmt $P_o(t)$ für $t \to \infty$ einen Grenzwert an:

$$\lim_{t \to \infty} P_o(t) = P_o .$$

Dieser Grenzwert ist im allgemeinen abhängig von den "Anfangsbedingungen" in den Gleichungen (22) und (23) .

---

1) Dieses Modell stützt sich auf Gleichungen des "Geburts- und Sterbeprozesses"; vgl. hierzu Brockmeyer, E., Halstrøm, H.L., and Jensen, A., The Life and Works of A.K. Erlang, in: Acta Polytechnica Scandinavica, Kopenhagen 1960, S. 70 ff.; Saaty, T.L., Elements of Queueing Theory, New York-Toronto-London 1961, S. 83 ff.; Feller, W., Probability Theory and its Applications, New York 1950, S. 371 ff.

Setzt man in den Gleichungen (20) und (21) $\lambda_n = \lambda$ und $\mu_n = \mu$ für alle n, so erhält man die Gleichungen, wie sie auf Seite 34ff.dargestellt wurden. Die Gleichungen (20) und (21) stellen also eine Verallgemeinerung des Falles konstanter Zugangs- und Abfertigungsraten dar.

21121 Lösung der Fundamentalgleichungen in einem besonderen Fall unter den Bedingungen:

$$\lambda_n = \lambda$$

$$\mu_n = n\mu$$

$P_o(0) = 1$ und

$P_i(0) = 0$ für $1 \neq 0$.

Die Fundamentalgleichungen [1] gehen nun über in:

$$(24)\quad \frac{dP_n(t)}{dt} = -P_n(t)(n\mu + \lambda) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu(n+1) P_{n+1}(t)$$

$$(25)\quad \frac{dP_o(t)}{dt} = \mu P_1(t) - \lambda P_o(t)$$

$$(26)\quad P_o(0) = 1$$

$$(27)\quad P_i(0) = 0 \qquad \text{für } i \neq 0 .$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems ist gegeben durch[2]:

$$(28)\quad P_n(t) = \frac{1}{n!} e^{-\lambda(1-e^{-\mu t})} \left[\lambda(1-e^{-\mu t})\right]^n$$

---

1) Vgl. Seite 50 dieser Arbeit.

2) Auf die Herleitung der Lösung wird wegen des rein mathematischen Interesses hier verzichtet. Der mathematisch geübte Leser verifiziert jedoch ohne Mühe die Richtigkeit des Ergebnisses. Vgl. auch Churchman, C. W., Ackoff, R.L., and Arnoff, E.L., a.a.O., S. 403 ff.

Im Grenzübergang für $t \longrightarrow \infty$ erhält die Gleichung (28) die Form:

$$(29)\quad \lim_{t\to\infty} P_n(t) = P_n = \frac{1}{n!}\, e^{-\frac{\lambda}{\mu}}\, \varkappa^n \quad .$$

Da ein solcher Grenzwert existiert, gilt:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{dP_n(t)}{dt} = 0 \quad , \text{ d.h., auch dieser Vorgang}$$

"spielt sich ein", bzw. nähert sich einem "stationären Zustand".

Aus Gleichung (24) ist es möglich, die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}(t)$ der im System befindlichen Einheiten, d.h.

$$\bar{n}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n(t)$$

zu berechnen, ohne $P_n(t)$ explizit anzugeben.

Wie sich leicht nachprüfen läßt, gilt nämlich:

$$\frac{d\bar{n}(t)}{dt} = \frac{\sum n\, dP_n(t)}{dt}$$

$$= \lambda - \mu \sum n P_n(t)$$

$$= \lambda - \mu\, \bar{n}(t).$$

Aus den Gleichungen (26) und (27) folgt $\bar{n}(o) = 0$; damit erhält man die Lösung mit [1] :

$$(30)\quad \bar{n}(t) = \varkappa\,(1 - e^{-\mu t})$$

---

1) Diese geht im Grenzübergang für $t \longrightarrow \infty$ über in $\bar{n} = \varkappa$.

211211 Lösung der Fundamentalgleichungen unter den Bedingungen [1] :

$$\lambda_n = \lambda e^{-(\vartheta/\mu)n} \qquad \text{und}$$

$$\mu_n = \mu \quad .$$

Während im vorigen Abschnitt davon ausgegangen wurde, daß die Ankunftsrate konstant ist und die Abfertigungsrate proportional zur Anzahl der im System befindlichen Einheiten steigt [2] , wird nun von einer veränderlichen Ankunftsrate bei konstanter Abfertigungsrate ausgegangen.

Die hier vorliegende Abhängigkeit

$$\lambda_n = \lambda e^{-(\vartheta/\mu) n}$$

tritt beispielsweise dann ein, wenn die zur Abfertigung kommenden Einheiten [3] die Wahl haben, auf Abfertigung zu warten oder die Abfertigungsstelle nicht aufzusuchen. In diesem Fall ist ϑ ein Maß für die "Ungeduld" bzw. die Abneigung gegen das Warten. Ist $\vartheta = 0$, so gilt $\lambda_n = \lambda$, und es liegt der Fall konstanter Zugangs- und Abfertigungsraten vor, der bereits behandelt wurde. Ist $\vartheta < 0$, so bedeutet das, daß die Zugangsrate höher wird, je mehr Einheiten sich im System befinden. Da die Zugangsrate unbeschränkt wächst, die Abfertigungsrate jedoch konstant ist, wächst hier die Warteschlange unbeschränkt, weshalb die Berechnung unterbleibt. Deshalb

---

1) Diese Lösung stellt einen Unterfall des Abschnitts auf den Seiten 52 ff. dar.

2) Dieser Fall tritt z.B. ein, wenn beliebig viele Abfertigungsstellen zur Verfügung stehen oder wenn nur eine Abfertigungstelle "unter Druck" schneller arbeitet.

3) Z.B. Kunden vor der Alternative, sich einer Warteschlange in einem Laden vor einer Kasse anzuschließen oder den Kauf zu annullieren und den Laden zu verlassen.

wird im weiteren Verlauf der Untersuchung $\mathcal{S} > 0$ vorausgesetzt. [1)]

Der Faktor $\frac{1}{\mu}$ im Exponenten bedeutet, daß die Abneigung gegen das "sich hinten Anstellen" geringer wird, je schneller die Abfertigung geschieht. Der Faktor n im Exponenten bedeutet, daß die Abneigung gegen "das hinten Anstellen" wächst, je mehr Einheiten bereits im System sind. Aus diesem Grund nähert sich dieser Warteprozeß "langfristig" einem "stationären Zustand", in dem gilt:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = 0 \ .$$

Nur dieser Fall wird hier betrachtet.

211212 Lösung der Fundamentalgleichungen unter den Bedingungen:

$$\lambda_n = \lambda \, e^{-(\mathcal{S}/\mu)\, n} \ ,$$

$$\mu_n = \mu \qquad \text{und}$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = 0 \ .$$

Unter diesen Bedingungen gehen die Fundamentalgleichungen (20) und (21) über in:

---

1) Vgl. dazu auch Ackermann, S.S., Even-Flow, a scheduling Method for Reducing Lateness in Job Shops, in: Management Technology, Vol. 3, Nr. 1, 1963, S. 20 ff; vgl. ferner Stange, K., Der günstigste Bedienungskanal mit exponentiellem Zugang - und Abgang bei ungeduldigen Kunden, in: Unternehmensforschung, Bd. 6, Heft 2, 1962, S. 45 ff.; ferner Jain, H.C., Queueing Problem with Limited Waiting Space, in: Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 9, Nr. 3/4, 1962, S. 245 ff.

$$(31)\quad \mu P_{n+1} + \lambda e^{-(\delta/\mu)(n-1)} P_{n-1} - (\lambda e^{-(\delta/\mu)n} + \mu) P_n = 0, \quad \text{für } n > o,$$

$$(32)\quad \lambda P_o - \mu P_1 = 0 .$$

Dieser Zustand läßt sich graphisch folgendermaßen darstellen [1] :

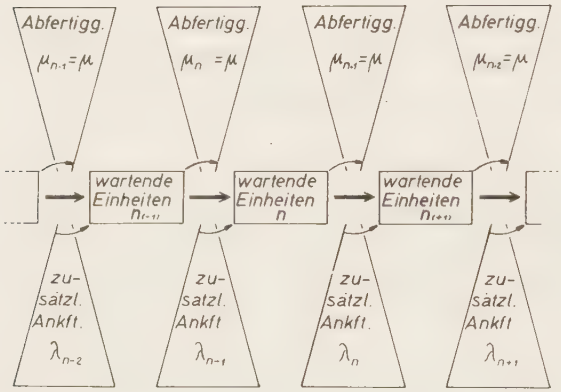


Fig. 3

Zur Vereinfachung der Rechnung führt man die Schreibweise

$$e^{-\frac{\delta}{2\mu}} = \theta$$

ein. Es gilt $o < \theta < 1$ wegen $\delta > o$ und $\mu > o$.

---

1) Vgl. dazu auch Morse, Ph.M., Queues, Inventories and Maintenance, New York 1958, S. 24.

Die Gleichung (31) hat dann die Form:

$$(31a)\quad \mu P_{n+1} + \lambda \theta^{2(n-1)} P_{n-1} - (\lambda \theta^{2n} + \mu) P_n = 0$$

$$(31b)\quad \mu P_{n+1} - \lambda \theta^{2n} P_n = \mu P_n - \lambda \theta^{2(n-1)} P_{n-1} .$$

Die Gleichung (29) läßt sich dann schreiben als:

$$(32a)\quad 0 = \mu P_1 - \lambda \theta^{2(n-1)} P_o .$$

Aus (31b) und (32a) folgt durch Induktion:

$$(33)\quad \mu P_n - \lambda \theta^{2(n-1)} P_{n-1} = 0 \qquad \text{für } n > o$$

$$(33a)\quad P_n = \varkappa \theta^{2(n-1)} P_{n-1} .$$

Daraus folgt durch Induktion:

$$(34)\quad P_n = P_o \prod_{v=o}^{n-1} \varkappa \theta^{2v}$$

$$= P_o \varkappa^n \theta^{n(n-1)} .$$

P_o erhält man aus der Gleichung:

$$\sum_o^\infty P_n = 1$$

$$(35)\quad \sum_{n=o}^{\infty} P_n = P_o \sum_{n=o}^{\infty} \varkappa^n \theta^{n(n-1)} = 1 .$$

Daraus folgt:

$$(35a)\quad P_o = \frac{1}{\sum_{n=o}^{\infty} \varkappa^n \theta^{n(n-1)}}$$

$$(35b)\quad P_o = \frac{1}{\sum_{n=o}^{\infty} (\varkappa \theta^{n-1})^n} \,.$$

Wegen $0 < \theta < 1$ konvergiert die im Nenner stehende unendliche Reihe für jedes $\varkappa$, da [1]:

$$\lim_{n \to \infty} \varkappa \theta^{n-1} = 0 \,.$$

Für P_n gilt also die Gleichung:

$$P_n = \frac{\varkappa^n \theta^{n(n-1)}}{\sum_{n=o}^{\infty} (\varkappa \theta^{n-1})^n} \,.$$

Für $\bar{n}$ erhält man demnach:

$$\bar{n} = \sum_{n=o}^{\infty} n P_n = \frac{\sum_{n=o}^{\infty} n \varkappa^n \theta^{n(n-1)}}{\sum_{n=o}^{\infty} \varkappa^n \theta^{n(n-1)}} \,.$$

1) Vgl. Mangoldt/Knopp, v., Einführung in die höhere Mathematik, Bd.2, 11.Aufl., S. 212, Wurzelkriterium, Zusatz 2.

212 Numerische Lösung des Ein-Kanal-Problems

2121 Problemstellung

Die ökonomischen Erfordernisse der Marktlage forcieren z. B. die Umwandlung von bestehenden Bedienungsläden des Einzelhandels und Läger des Großhandels in Selbstbedienungsstätten [1] bzw. den Neubau von SB-Läden und Supermärkten. Die zu diesen Erfordernissen parallel gerichteten Probleme, mit denen sich sowohl Händler als auch die von ihnen umworbenen Kunden beschäftigen, können folgendermaßen abgegrenzt werden:
Ist das Warten beim Kauf und/oder Verkauf eine zwingende Notwendigkeit oder eine beseitigungsfähige Begleiterscheinung? Welche Vorteile bringt das Selbstbedienungssystem? Können Händler mit Verkaufssystemen "alten Stils" im Konkurrenzkampf heute und in Zukunft bestehen? Ist eine Umstellung auf die Methode der Selbstbedienung wirklich arbeits- und kostensparend?

Es soll versucht werden, diese Fragen folgendermaßen zu beantworten:
Unterlag der Ein- bzw. Verkauf "alten bzw. traditionellen Stils" mehr oder minder recht erheblichen Wartezeiten, so soll gerade das Ein- bzw. Verkaufen in dem SB-System zu einem Vergnügen der Kunden und Zufriedenheit der Händler gemacht werden. Man will die Wartezeiten, die an das in Notzeiten unbeliebte "Schlangestehen" erinnern, verringern bzw. beseitigen.

---

1) Der Ausdruck "Selbstbedienungs-Laden bzw. -Stätte" soll ferner mit "SB-Laden" abgekürzt werden.

Unterzieht man sich der Mühe und spielt stiller Beobachter bei einem Sommer- oder Winterschlußverkauf, so kann festgestellt werden, daß in den Warenauslagen mit Ausdauer und Einkaufslust gewählt wird. Es besteht die Frage: "Ist es nur der ermäßigte Preis, der die Kunden anlockt?" Befragungen ergaben, daß das "Selbstwählen" von immenser Bedeutung ist. Die Händler sagten sich, daß diese Situation nicht nur auf die für Schlußverkäufe festgesetzten Termine zu beschränken ist, sondern diese Annehmlichkeit den Kunden zu jeder Zeit geboten werden müßte.

Diese Punkte waren hauptsächlich ausschlaggebend bei der Durchführung von SB-Neu- bzw. Umbauten in den 30er Jahren in den USA.[1)] Hinzukommt die wichtige Überlegung: Wie kann der Umsatz und somit der Ertrag unter Einsatz des relativ geringsten Aufwandes gesteigert werden? Das besagt, daß entweder die Umsatzhöhe pro Kunde oder die Kundenzahl (bei gleichbleibenden Umsätzen pro Kunde) gesteigert werden müßte. Beide Probleme unterliegen dem Zeitmoment. Die weiteren Ausführungen werden diese Problematik lösen und beweisen.

Wie jede Erneuerung bzw. Neuerscheinung an sogenannten Kinderkrankheiten leidet, so tauchen auch hier Probleme auf, die einerseits den Händlern und andererseits den Kunden keine Annehmlichkeiten bereiten; denn was nützt dem Händler das mit allen denkbaren technischen und kaufmännischen Erneuerungen ausgestattete Selbstbedienungssystem, wenn sich der Kunde vor einer unzureichenden Abfertigungseinrichtung (Kasse) längere Zeit anstellen muß und die eingespar-

---

1) Diese "Verführung ohne Ladentisch" verdankt man amerikanischen Lebensmitteleinzelhändlern, weshalb sich die Untersuchung des Ein-Kanal-Problems in Form einer numerischen Berechnung auch auf einen SB-Laden bezieht.

te Zeit während des Selbstwählens vor der Abfertigungseinrichtung durch erhöhte Wartezeiten kompensiert wird.

Von der modernen technischen Einrichtung, die nach Struktur und Aufstellung den Kundenfluß und Verkaufsvorgang reibungslos garantieren soll, wird die Aufmerksamkeit auf die Kasse als Abfertigungsstelle gelenkt. Diese stellt somit den strategisch wichtigsten Punkt im Verkaufssystem dar und bildet oft die einzige bzw. - nach dem Kauf - die letzte Kontaktstelle, welche die Kunden mit dem Personal des Verkaufssystems haben. Die Aufgabe besteht nun darin, dieser Problematik des Wartens mit Hilfe einer annehmbaren Lösung zu begegnen. Man ist geneigt, dieses damit zu erklären, daß es keine bessere Zeitspanne gibt, in der man mehr dazu angeregt wird, über Wartezeitprobleme nachzudenken, wie dann, wenn man beispielsweise selbst in einer solchen Warteschlange steht [1].

2122 Problemlösung

In dem Modell wird angenommen, daß die durchschnittliche Anzahl ankommender Kunden (Einheiten) pro Zeiteinheit (pro Stunde) 30 betragen soll. Die durchschnittliche Abfertigungszeit pro Kunde wird mit 1,88 Minuten angesetzt [2]. Unter den angenommenen Daten für die durchschnittlich eintreffenden Kunden pro Zeiteinheit

---

1) Vgl. Tempel, K.H., Lösung von Wartezeitproblemen im Einzelhandel, in: Der Markenartikel, Heft 4, 1964, S. 230 ff.

2) Vgl. auch die Zeitstudie der Rationalisierungsgemeinschaft des Handels beim RKW Köln, zitiert bei: Stein, J., Selbstbedienungsläden, Freiburg/Brsg. 1958 S. 46 und 124, worin die durchschnittliche Abfertigungszeit pro Kunde mit 1,88 Minuten angegeben wird.

und der Durchschnittsabfertigungszeit pro Kunde erhält man in dieser Berechnung eine Verkehrsintensität, die kleiner als 1 ist. Daß hierbei aufgrund der im analytischen Teil dieser Arbeit herausgearbeiteten Feststellungen die Warteschlange konvergiert und gegen 0 strebt, [1] soll mit dieser Berechnung bewiesen werden. Die Zeiteinheiten für das Eintreffen und Abkassieren der Kunden werden nun in folgende Relation gesetzt:
aus 1,88 Minuten Kassenzeit pro 1 Kunde folgt
1 Minute Kassenzeit pro 0,532 Kunde;
in 1 Stunde treffen durchschnittlich 30 Kunden ein, was für 1 Minute 0,5 Kundenankünfte ergibt.

Aus dieser Relation erhält man jetzt für

$\lambda = 0{,}5$ eintreffende Kunden pro 1 Minute
und $\mu = 0{,}532$ abkassierte Kunden pro 1 Minute,

was zu der Verkehrsintensität $\varkappa$ (für $\varkappa < 1$) führt:

$$\varkappa = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0{,}5}{0{,}532} = 0{,}93984962\ldots = 0{,}94 \text{ Erlang.}$$

21221 ... ohne Vorzugsregel

Es soll zuerst keine Vorzugsregel bestehen, so daß die Kunden der Reihe nach, wie sie vor der Kasse eintreffen, abgefertigt werden.

a) Berechnung der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}$ wartender Einheiten in der Schlange

Die durchschnittliche Warteschlangenlänge $\bar{n}$ bei einer Abfertigungsstelle mit einer Kassenintensität [2] von $\varkappa = 0{,}94$ errechnet sich nach Gleichung (12a) wie folgt:

---

1) Vgl. die Bedingungen für $\varkappa$ auf S. 34 ff. dieser Arbeit.
2) Kassenintensität analog zur Verkehrsintensität.

$$\bar{n} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{0,5}{0,532 - 0,5} = \frac{0,5}{0,032} = 15,625 \quad ;$$

durchschnittlich befinden sich demnach nahezu 16 Kunden in der Warteschlange.

b) Berechnung der durchschnittlichen Zwischenankunftszeit $\bar{t}_a$

Die durchschnittliche Zwischenankunftszeit $\bar{t}_a$ errechnet sich nach Gleichung (13) und beträgt bei einer Durchschnittsankunftsrate von $\lambda = 0,5$:

$$\bar{t}_a = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,5} = 2 \quad .$$

Das bedeutet, daß die Zeitspanne zwischen zwei Kundenankünften durchschnittlich 2 Minuten beträgt.

c) Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit $\bar{t}_v$ von Einheiten im System

Nach Gleichung (14) folgt für die Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit $\bar{t}_v$ der Kunden im Geschäft:

$$\bar{t}_v = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{0,032} = 31,25 \text{ Minuten.}$$

d) Berechnung der durchschnittlichen Abfertigungszeit von Einheiten

Nach Gleichung (15) folgt:

$$\bar{t}_b = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0,532} = 1,88 \text{ Minuten } ^{1)} \quad .$$

---

1) Vgl. auch S. 61 ff. dieser Arbeit.

e) Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit $\bar{t}_w$ der auf Abfertigung wartenden Kunden

Nach Gleichung (16) errechnet sich die durchschnittliche Wartezeit eines Kunden vor der Kasse wie folgt:

$$\bar{t}_w = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0{,}032} - \frac{1}{0{,}532}$$

$$= 31{,}25 - 1{,}8796992$$

$$= 29{,}37 \quad \text{Minuten.}$$

Danach muß 1 Kunde durchschnittlich nahezu 1/2 Stunde auf das Abkassieren warten [1] .

f) Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten t_w

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten t_w ermittelt man für variable Zeitintervalle t nach Gleichung (17) wie folgt: [2]

für $t = 0$

$$P(t) = 1 - 0{,}94 \frac{1}{2{,}7183^{\,0{,}032 \cdot 0}}$$

$$= 0{,}06$$

für $t = 1$

$$P(t) = 0{,}058$$

---

1) Diese Berechnung setzt voraus, daß jeweils - vom Zeitpunkt t_0 - bereits 1 Kunde gerade abgefertigt wird, also der zum Zeitpunkt t_1 eintreffende Kunde bereits einen Kunden an der Kasse vorfindet.

2) Für : $\lambda = 0{,}5$,
$\mu = 0{,}532$,
$e = 2{,}7182818.. \approx 2{,}7183$,
$\log e = 0{,}4343$.

Die Berechnungen für $t = 2, 3, \ldots$ führen zu Lösungen, die der folgenden Tabelle entnommen werden können.

$t_{i,\,j}$	P(t)
0	0,06
1	0,058
2	0,056
3	0,054
4	0,052
5	0,051
:	:
10	0,043
:	:
20	0,031
:	:
29	0,024
29, 37	0,023
30	0,022
:	:
40	0,016
:	:
50	0,012
:	:
∞	0,0

Damit kann die Frage beantwortet werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein neu ankommender Kunde warten muß, wenn sich vor der Kasse bereits n Kunden befinden und dieser neue Kunde sich den n Wartenden anschließt [1].

Die vorangehende Tabelle zeigt, daß für steigende t_i ($i = 0, 1, 2, \ldots, 50, \ldots, \infty$) die Wahrscheinlichkeiten von 0,06 gegen 0 konvergieren.

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 260.

21222 ... unter besonderen Bedingungen

Aufgrund der Fundamentalgleichungen und deren Lösungen [1] ermittelt man die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}(t)$ der sich im System befindlichen Einheiten nach Gleichung (30) wie folgt:

$$\bar{n}(t) = \varkappa \, (1-e^{-\mu t})$$

$$= 0{,}94 \, (1-2{,}7183^{-0{,}532 \cdot t}) \, .$$

Wird eine kontinuierliche Zeitpunktfolge vom Zeitpunkt t_o über t_1, t_2, ... angenommen, so ergibt - wieder mit Anwendung der numerischen Daten [2] für $\varkappa = 0{,}94$ und $e = 2{,}7183$ - die Berechnung für $\bar{n}(t)$:

t	$\bar{n}(t)$
0	0
1	0,39
2	0,62
3	0,75
:	:
5	0,87
:	:
10	0,9354
:	:
∞	0,94

Diese Ergebnisse für $\bar{n}(t)$ bei variablen Zeitpunkten t besagen, daß für Anfangszeitpunkte die Warteschlange $\bar{n}$ sehr schnell steigt, um dann für große Werte ($t \to \infty$) zu stagnieren und für $t = \infty$ bei gegebener Verkehrsintensität nicht weiter zu steigen. Im folgenden Schaubild ist diese Tatsache erläutert worden:

---

1) Vgl. Seite 50 ff. dieser Arbeit.

2) Die Berechnung erfolgt logarithmisch mit Hilfe von log e = 0,4343.

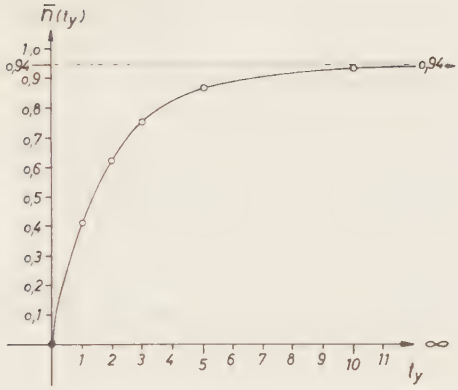


Fig. 4

22 Das Mehr-Kanal-Modell

221 Analytische Lösung des Mehr-Kanal-Problems

2211 Voraussetzungen

Die jeweiligen Beschränkungen des Intensitätsfaktors $\varkappa$ für $\varkappa \lesseqgtr k$ (für $k = 1$) in dem bisher untersuchten Ein-Kanal-Problem gelten in dem nunmehr zu lösenden Mehr-Kanal-Problem analog, sofern die Anzahl der Abfertigungsstellen (Kanäle) größer 1, also $k = 2, 3, \ldots$ beträgt.

Die Bedingung $k > n$ läßt erkennen, daß nicht alle Abfertigungsstellen besetzt sind, so daß Wartezeiten auf der Abfertigungsseite vorliegen, die als Leerzeiten gekennzeichnet sind. Ebenfalls liegt für die Bedingung $\varkappa > k$ bereits in dem Ein-Kanal-Modell der Beweis vor,

daß die Warteschlange gegen Unendlich tendiert. Eine nochmalige Untersuchung dieses Falles erübrigt sich demnach in diesem Abschnitt.

Jede dieser k_j Abfertigungsstellen (für j = 2, 3, ...; j = ganzzahlig) muß der Bedingung einer gleichen, durchschnittlichen Abfertigungsrate μ gehorchen. Die wartenden Einheiten unterliegen einer gemeinsamen Schlangendisziplin. Alle eintreffenden Einheiten können zuerst eine einzige Warteschlange bilden, der eine einzige Durchschnittsankunftsrate λ zuzuordnen ist.

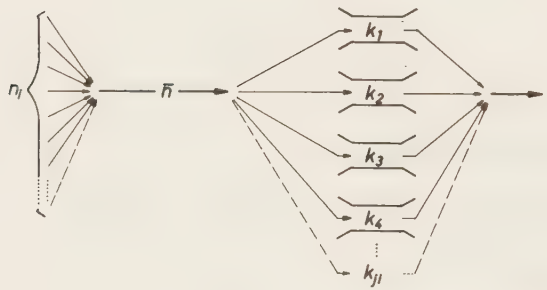


Fig. 5

Tritt der Fall ein, daß eine oder mehrere Abfertigungsstellen k_{jx} verschiedene, also eigene, Abfertigungsraten μ_x und somit eigene Warteschlangen $\bar{n}_x$ (für x = 1, 2, ...) aufweisen, so bildet jede Abfertigungsstelle k_x ein eigenes Ein-Kanal-Modell, d.h. das kumulative Mehr-Kanal-Modell zerfällt in k_x Ein-Kanal-Modelle.

Damit kann ebenfalls die Beachtung von Vorzugsregeln eliminiert werden, da jede bestimmte Veränderung der Abfertigungsrate μ_x an bestimmten Abfertigungsstellen k_x die Durchschnittsabfertigungsrate μ_k für alle k unbrauchbar unter dem Postulat des Mehr-Kanal-Modells macht und diese bestimmten Abfertigungsstellen k_x mit ihren eigenen Abfertigungsraten μ_x aus dem Global-Modell ausscheren.

Folglich bleibt die Forderung bestehen, daß für die ankommenden Einheiten n eine kumulative Durchschnitts-Ankunftsrate λ_n und für alle Abfertigungsstellen k_j eine kumulative Durchschnittsabfertigungsrate μ_j dominiert.

Das Eintreffen der Einheiten n unterliegt auch hier der Regellosigkeit, und die Wahrscheinlichkeit, daß eine Einheit zufällig während des finitesimalen Intervalls $(t, t+\Delta t)$ eintrifft, kann wiederum mit $\lambda \Delta t$ bezeichnet werden.

Die Abfertigungsrate μ_j für k_j Abfertigungsstellen steigt bei Zunahme der Ankunftsrate λ_n für $n < k$ bis $n = k$. Das bedeutet, daß die eintreffende Einheit sofort abgefertigt wird, solange noch $k - n$ Abfertigungsstellen frei sind. Die neuhinzukommende Einheit zum Zeitpunkt t im Zustand $n = k$ muß demnach auf Abfertigung warten, da kumulativ $n > k$ geworden ist.
In diesem Fall sind $n - k$ Einheiten in der Warteschlange [1].
Die Abfertigungsrate ist daher

$$\mu_n = k\mu \qquad \text{für } n \geq k .$$

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 262.

Ferner kann eine Unterscheidung bei Lösungen von Mehr-Kanal-Problemen in der Weise getroffen werden, daß

1. die Anzahl ankommender Einheiten keiner Beschränkung unterliegt, d.h. $n \longrightarrow \infty$, und die Anzahl der Abfertigungsstellen k endlich ist, d.h. $k = 2, 3, \ldots$;

2. die Anzahl ankommender Einheiten sowie die Anzahl der Abfertigungsstellen infitesimal sein können oder gegen Unendlich streben, d.h. $(n, k) \longrightarrow \infty$.

Eine abgestufte Untersuchung für die folgenden Gegebenheiten ist deshalb vorzunehmen für das

1) Mehr-Kanal-Modell mit einer finitesimalen Anzahl für $(k > 1) = 2, 3, \ldots k$ und

2) Mehr-Kanal-Modell mit einer infinitesimalen Anzahl für $(k > 1) \longrightarrow \infty$

Abfertigungsstellen.

Als letzte der Voraussetzungen wird dem Unabhängigkeits-Postulat entsprochen. Das bedeutet, daß eine Abhängigkeit der Abfertigungsrate μ von der Ø-Schlangenlänge $\bar{n}$ und der Ø-Abfertigungszeit $\bar{t}_b$ für $k > 1$ nicht unterstellt wird. Liegt dennoch eine Abhängigkeit für eine der Abfertigungsstellen k_j vor, dann scheidet diese Abfertigungsstelle wiederum aus dem Mehr-Kanal-Modell aus und bildet für sich ein Ein-Kanal-Modell, dessen Problematik mit der Behandlung im vorangehenden Abschnitt abgeschlossen wurde.

2212 Ermittlung der Wahrscheinlichkeit P_n wartender Einheiten

22121 ... bei einer finitesimalen Anzahl von Abfertigungsstellen ($k = 2, 3, \ldots$)

Für die Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten P_n für

regellos eintreffende Einheiten n wird auf die Darstellung zurückgegriffen, in welcher für $n > 0$ zur Zeit $(t, t + \Delta t)$ approximativ n Einheiten im System vorhanden sein sollen. [1] Bei Übergang von dem finitesimalen Intervall Δt zu $\Delta t \longrightarrow 0$ ergab sich die Differentialgleichung [2] für $n > 0$:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = - P_n(t) (\lambda + \mu) + P_{n+1}(t)\mu + P_{n-1}(t)\lambda .$$

Analog den Veränderungen von n in Beziehung zu den Abfertigungsstellen k nach

1. $n = 0$,
2. $1 \leq n < k$ und
3. $n \geq k$

werden die Gleichungen [3]

$$\lambda_n = \lambda \quad \text{und}$$
$$\mu_n = \mu$$

verwendet, so daß der Zustand im Mehr-Kanal-System bei $n < k$ für $n = 0$ mit

$$\frac{dP_o(t)}{dt} = - P_o(t)\lambda + P_1(t)\mu$$

beschrieben werden kann. [4]

Für $0 < 1 \leq n < k$ gilt hier die Ableitung [5] :

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = - P_n(t) (n\mu + \lambda) + P_{n-1}(t)\lambda + P_{n+1}(t)\mu \quad (n+1) .$$

---

1) Vgl. Kolmogoroff, A., Sur le problème d'attente, Recueil Mathématique Sbornik, Vol. 38, 1931, S. 101 - 106; ferner vgl. S. 44ff.dieser Arbeit.

2) Vgl. S. 44 dieser Arbeit.

3) Vgl. S. 52 dieser Arbeit.

4) Vgl. S. 38 dieser Arbeit.

5) Vgl. S. 52 dieser Arbeit.

Wird diese Gleichung für die vorausgehende Beschränkung $0 < 1 \leq n < k$ um die Beziehung $0 < n \geq k$ erweitert, so erhält man aus (24) :

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = - P_n(t)\,(k\mu + \lambda) + P_{n-1}(t)\,\lambda + P_{n+1}(t)\,k\mu .$$

Unter der Voraussetzung der Unabhängigkeit für Mehr-Kanal-Modelle [1] und der Bedingung $\lambda < k$ [2] existiert für alle Einheiten n bei konvergierender Warteschlange ein eindeutiger Grenzwert [3] für die Wahrscheinlichkeit P_n nach:

$$\lim_{t \to \infty} P_n(t) = P_n \quad .$$

Unter der Bedingung in der Form, daß $P_n(t)$ unabhängig ist von t, erhält man aus den vorangehenden Differentialgleichungen (7), (8) und (24) die nach P_n aufgelösten Gleichungen:

$$\frac{dP_o(t)}{dt} = - P_o(t)\,\lambda + P_1(t)\,\mu \quad ,$$

für $t \to \infty$:

$$0 = - P_o\,\lambda + P_1\,\mu \quad ,$$

$$P_o = P_1 \frac{\mu}{\lambda} \qquad (\text{für } n = 0) \, ,$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = - P_n(t)\,(n\mu + \lambda) + P_{n-1}(t)\,\lambda + P_{n+1}(t)\,\mu \, (n+1) \quad ,$$

für $t \to \infty$:

$$0 = - P_n\,(n\mu + \lambda) + P_{n-1}\,\lambda + P_{n+1}\,\mu\,(n+1) \, ,$$

---

1) Vgl. S. 67 ff dieser Arbeit.

2) Die Warteschlange soll unter diesem Postulat abbaufähig sein und nicht gegen ∞ tendieren.

3) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 262.

$$P_n(n\mu + \lambda) = P_{n-1}\lambda + P_{n+1}\mu\,(n+1)$$

$$(\text{für } 0 < 1 \leq n < k),$$

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = -P_n(t)(k\mu + \lambda) + P_{n-1}(t)\lambda + P_{n+1}(t)k\mu\,,$$

für $t \longrightarrow \infty$:

$$0 = -P_n(k\mu + \lambda) + P_{n-1}\lambda + P_{n+1}\,k\mu\,,$$

$$P_n(k\mu + \lambda) = P_{n-1}\lambda + P_{n+1}\,k\mu \quad (\text{für } 0 < n \geq k)\,.$$

Zwecks besserer Übersicht werden die soeben erhaltenen Ableitungen nochmals zusammengefaßt:

$$\lambda P_n - (n+1)\mu\, P_{n+1} = 0 \qquad \text{für } n = 0\,,$$

$$\lambda P_n - (n+1)\mu\, P_{n+1} = \lambda P_{n-1} - n\mu P_n \qquad \text{für } 1 \leq n < k\,,$$

$$\lambda P_n - k\mu\, P_{n+1} = \lambda P_{n-1} - k\mu\, P_n \qquad \text{für } k \leq n\,;$$

daraus folgt:

$$\lambda P_n - (n+1)\mu\, P_{n+1} = 0 \qquad \text{für } n < k\,,$$

$$P_{n+1} = \frac{\lambda}{\mu(n+1)} \cdot P_n \quad \text{und}$$

$$\lambda P_n - k\mu\, P_{n+1} = 0 \qquad \text{für } n \geq k\,,$$

$$P_{n+1} = \frac{\varkappa}{k} \cdot P_n\,.$$

Hieraus resultiert:

$$(36)\quad P_n = P_o \cdot \frac{\varkappa^n}{n!} \qquad \text{für } n \leq k\,,$$

$$(37)\quad P_n = P_o\, \frac{\varkappa^n}{k!\, k^{k-n}} \qquad \text{für } n \geq k\,.$$

22122 ... bei einer infinitesimalen Anzahl von Abfertigungsstellen ($k \to \infty$)

Dieser Modellfall schließt die Voraussetzung ein, daß eine Realisierung in der Praxis wohl kaum eingetreten ist bzw. eintreten wird. Es soll deshalb nur eine Weiterführung des Untersuchungsganges im vorangehenden Abschnitt sein.
Hierbei wird auf die Ableitungen des "Geburts - Sterbe-Prozesses" zurückgegriffen.

Es wird angenommen, daß

1. das System sich im Zustand S_n befindet, wenn $n = k$ Abfertigungsstellen besetzt sind;

2. Übergänge vom Systemzustand S_n zu den Systemzuständen S_{n+1} und S_{n-1}, jedoch von S_o nur zu S_n möglich sind;

3. die Wahrscheinlichkeit für das System zur Zeit t von S_n nach S_{n+1} im finitesimalen Zeitraum $(t, t + \Delta t)$ gleich $(\lambda_n \Delta t + 0 \Delta t)$ und von S_n nach S_{n-1} im gleichen Zeitraum $(\mu_n \Delta t + 0 \Delta t)$ ist;

4. die Wahrscheinlichkeit für mehr als ein Übergang im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ dem finitesimalen Zeitzuwachs $(0 \Delta t)^2$ zuzuordnen ist;

5. die Abfertigungszeiten der einzelnen Abfertigungsstellen voneinander unabhängig sind;

6. die Wahrscheinlichkeit für den Systemzustand S_n mit $P_n(t)$ und dessen Grenzwert für $t \to \infty$ mit S_n bezeichnet wird.

Diese sich gegenseitig ausschließenden Änderungen

1) Systemzustand S_n (änderungslos),
2) Systemzustand S_{n+1} (mit Übergang zu S_n) und
3) Systemzustand S_{n-1} (mit Übergang zu S_n)

lassen sich in Form ihrer Wahrscheinlichkeiten summieren zu:

$$(38)\quad S_n(t+\Delta t) = S_n(t)\,(1-\lambda\,\Delta t - \mu\,\Delta t) + S_{n-1}(t)\,\lambda\,\Delta t + S_{n+1}\,\mu\,\Delta t + 0\,\Delta t\,.$$

Wird $S_n(t)$ auf die linke Seite gebracht und die Gleichung durch Δt gekürzt, so folgt aus (38):

$$(39)\quad \frac{S_n(t+\Delta t)-S_n(t)}{\Delta t} = -S_n(t)\,\lambda_n - S_n(t)\,\mu_n + S_{n-1}(t)\,\lambda_n + S_{n+1}\,\mu_n\,.$$

Nach Grenzübergang erhält man:

$$(40)\quad \frac{dS_n(t)}{dt} = -S_n(t)(\lambda_n+\mu_n) + S_{n-1}(t)\,\lambda_n + S_{n+1}(t)\,\mu_n \qquad (\text{für } n = k \geq 1) \text{ und}$$

$$(41)\quad \frac{dS_o(t)}{dt} = -S_o(t)\,\lambda_n + S_1(t)\,\mu_n \qquad (\text{für } n = k = 0)\,.$$

Wird ferner jede poissonverteilte Ankunft von Einheiten gleich dem Parameter λ_n und die Abfertigung von Einheiten im Intervall $(t,\ t+\Delta t)$ gleich dem Parameter $\mu\,\Delta t$ gesetzt, so gilt analog zu Gleichung (24) und (25):

$$\lambda_n = \lambda\,,$$

$$\mu_n = n\mu\,.$$

Unter diesen Voraussetzungen gilt:

$$S_n(t) = e^{-\varkappa(1-e^{-\mu t})} \cdot \frac{[\varkappa(1-e^{-\mu t})]^n}{n!} .$$

Für $t \to \infty$ ergibt sich nach Grenzübergang:

$$\lim_{t\to\infty} S_n(t) = S_n = e^{-\varkappa} \cdot \frac{\varkappa^n}{n!} .$$

Diese Grenzverteilung wird durch eine POISSON-Verteilung mit dem Parameter $\varkappa = \frac{\lambda}{\mu}$ dargestellt und ist unabhängig vom Anfangszustand des Systems. Grundlage für die Berechnung der Durchschnitts-Schlangenlänge $\bar{n}$ und Durchschnitts-Wartezeit $\bar{t}_w$ kann jedoch nur die Bedingung "Anzahl der Abfertigungsstellen $k = 2, 3, \ldots$, also endlich" sein.

2213 Berechnung bei einer finitesimalen Anzahl von Abfertigungsstellen ($k = 2, 3, \ldots$)

Die aufgestellte Forderung $n \geq k$ stellt die Begrenzung der Abfertigungsstellen k_j dar, und die ERLANGsche Intensität $\varkappa$ muß kleiner als k sein [1]; es kommt deshalb nur der Fall für $(n \to \infty) > k_j < \infty$ in Betracht. Das besagt, daß bei Ansteigen von $n > k_j$ die Wartezeiten t_w und somit die Schlangenlänge n in ihren Variationen die Systemzustände zu den Zeitpunkten t_i (für $i = 0, 1, 2, \ldots$) beschreiben.

---

1) Bei $\varkappa > k$ tendiert die Schlangenlänge gegen Unendlich.

22131 ... der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}$ wartender Einheiten vor den Abfertigungsstellen

Summiert man die Grenzwahrscheinlichkeiten [1] (36) und (37), so gilt aufgrund von

$$\sum P_n = 1 \quad :$$

$$(42)\quad P_o \sum_{n=0}^{K-1} \frac{\varkappa^n}{n!} + P_o \sum_{n=k}^{\infty} \frac{\varkappa^n}{k!\, k^{n-k}} = 1 \quad .$$

Nach P_o aufgelöst, ergibt sich: [2]

$$P_o \cdot \sum_{n=0}^{k-1} \left[\frac{\varkappa^n}{n!} + \sum_{n=k}^{\infty} \frac{\varkappa^n}{k!\, k^{n-k}} \right] = 1 \quad \text{und}$$

$$(43)\quad P_o = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{\varkappa^n}{n!} + \sum_{n=k}^{\infty} \frac{\varkappa^n}{k!\, k^{n-k}}} \quad .$$

Löst man den zweiten Summenausdruck im Nenner für $(n = k) \longrightarrow \infty$ im Grenzübergang auf, dann kann für (43) auch geschrieben werden:

$$(44)\quad P_o = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{\varkappa^n}{n!} + \frac{\varkappa^k}{k!\,(1 - \varkappa/k)}} \quad .$$

Aus Gleichung (11) war für die Wahrscheinlichkeit, daß keine Einheit in der Warteschlange ist,

$$(11)\quad P_o = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \varkappa \qquad \text{(für } k = 1 \text{ im Ein-Kanal-Modell)}$$

errechnet worden.

---

1) Vgl. S. 73 ff. dieser Arbeit.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 263; ferner Churchman, C.W., ..., a.a.O., S. 404 ff.

Diese Gleichung (11) lautet, nach $\varkappa$ aufgelöst:

$$\varkappa = 1 - P_o \ .$$

Für die Situation im Mehr-Kanal-Modell für $k > 1$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine neuankommende Einheit nicht sofort eine freie Abfertigungsstelle findet und warten muß, gleich der Wahrscheinlichkeit P(w). Das setzt voraus, daß zu einem Zeitpunkt t die Anzahl der wartenden Einheiten größer oder mindestens gleich der Anzahl der Abfertigungsstellen ist, also $n \geq k$ beträgt. Die Wahrscheinlichkeit P(w) muß folglich auch gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten P_n sein:

$$P(w) = \sum_{n=k}^{\infty} P_n \ ,$$

$$P(w) = P_o \sum_{n=k}^{\infty} \frac{\varkappa^n}{k!\ k^{n-k}} \ ,$$

$$(45)\quad P(w) = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varkappa^n}{k}$$

Diese Gleichung lautet nach Auflösung des Summenausdruckes [1] :

$$(46)\quad P(w) = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\varkappa}{k}} \ .$$

Diese in Gleichung (46) ausgedrückte Wahrscheinlichkeit P(w) besagt, daß bei $k > 1$ eine neu zugehende Einheit nicht sofort abgefertigt werden kann, sondern warten muß. Daraus folgt auch, daß zu dem Zeitpunkt t die Länge der Warteschlange bzw. die sich in der Schlange befindliche Anzahl von Einheiten größer oder gleich der Anzahl der Abfertigungsstellen ist, also $n \geq k$.

---

1) Vgl. auch hierzu Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 264

Die Durchschnittslänge der Warteschlange ist also:

$$\bar{n} = \sum_{n=k}^{\infty} (n-k)\, P_n \quad .$$

Daraus erhält man:

$$\bar{n} = P_o \sum_{n=k}^{\infty} (n-k) \frac{\varkappa^n}{k!\, \kappa^{n-k}}$$

$$\bar{n} = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \sum_{n=k}^{\infty} (n-k) \frac{\varkappa^{n-k}}{k^{n-k}}$$

$$\bar{n} = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \sum_{n=0}^{\infty} n \left(\frac{\varkappa}{k}\right)^n$$

$$(47)\quad \bar{n} = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{\varkappa}{k} \left(\frac{1}{1 - \varkappa/k}\right)^2 \quad .$$

Vergleicht man die Gleichung (47) für $\bar{n}$ mit derjenigen für P(w) (46), so folgt aus dieser Gegenüberstellung:

$$P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{\varkappa}{k} \left(\frac{1}{1 - \varkappa/k}\right)^2 = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{1}{1 - \varkappa/k} \cdot \frac{\varkappa}{k - \varkappa} \, ,$$

$$\bar{n} = P(w) \frac{\varkappa/k}{1 - \varkappa/k} \, ,$$

$$(48)\quad \bar{n} = P(w) \frac{\varkappa}{k - \varkappa} \quad .$$

Die Gleichung (46) für P(w) muß demnach nur mit

$$\frac{\varkappa}{k - \varkappa}$$

multipliziert werden, um die Formel (48) für die Durchschnittswarteschlange $\bar{n}$ zu erhalten.

22132 ... der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}_s$ von Einheiten im System

Addiert man zu (47) die ERLANG'sche Intensität κ , so erhält man die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}_s$ der sich im System befindenden Einheiten nach

$$(49) \quad \bar{n}_s = P_o \frac{\kappa^k}{k!} \frac{1}{(1-\frac{\kappa}{k})^2} \frac{\kappa}{k} + \kappa \quad .$$

22133 ... der durchschnittlichen Verweilzeit $\bar{t}_v$ von Einheiten im System

Die durchschnittliche Anzahl $\bar{n}_s$ von Einheiten im System ergibt sich ebenfalls aus dem Produkt von durchschnittlicher Verweilzeit $\bar{t}_v$ und durchschnittlicher Zugangsrate λ von Einheiten, d.h.

$$(49a) \quad \bar{n}_s = \bar{t}_v \lambda \quad ,$$

was bei Auflösung der Gleichung (49a) nach $\bar{t}_v$ ergibt:

$$(50) \quad \bar{t}_v = \frac{\bar{n}_s}{\lambda}$$

$$\bar{t}_v = P_o \frac{\kappa^k}{k!} \frac{1}{(1-\frac{\kappa}{k})^2} \frac{1}{k\mu} + \frac{1}{\mu} \quad .$$

22134 ... der durchschnittlichen Wartezeit $\bar{t}_w$ von Einheiten vor den Abfertigungsstellen

Die durchschnittliche Verweilzeit $\bar{t}_v$ von Einheiten im System setzt sich ebenfalls aus der durchschnittlichen Wartezeit $\bar{t}_w$ und der durchschnittlichen Abfertigungszeit $\bar{t}_b$ zusammen, also

(50a) $\bar{t}_v = \bar{t}_w + \bar{t}_b$,

was nach Auflösung von Gleichung (50a) für $\bar{t}_w$ ergibt:

(51) $\bar{t}_w = \bar{t}_v - \bar{t}_b$

$$\bar{t}_w = \frac{\bar{n}_s}{\lambda} - \bar{t}_b$$

$$\bar{t}_w = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{1}{(1-\frac{\varkappa}{k})^2} \frac{1}{k\mu} + \frac{1}{\mu} - \bar{t}_b$$

$$\bar{t}_w = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{1}{(1-\frac{\varkappa}{k})^2} \frac{1}{k\mu} + \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu}$$

$$\bar{t}_w = P_o \frac{\varkappa^k}{k!} \frac{1}{(1-\frac{\varkappa}{k})^2} \frac{1}{k\mu} \quad .$$

22135 ... der durchschnittlichen Leerzeit L der Abfertigungsstellen

Bildet man den Quotienten aus Verkehrsintensität $\varkappa$ und Abfertigungsstellen k , gelangt man zu dem Ausnutzungsgrad $\varkappa/k$, der über die Differenz von dem Faktor 1 zu dem Leeranteil der Abfertigungsstellen führt:

(52) $L = 1 - \frac{\varkappa}{k}$.

222 Numerische Lösung des Mehr-Kanal-Problems

2221 Problemstellung

Zwecks Lösung eines Mehr-Kanal-Problems kann auf die Situation [1] in einem Selbstbedienungsladen zurückgegriffen werden, wie sie in der Problemstellung des Ein-Kanal-Problems dargestellt wurde. Im Gegensatz zu dem Ein-Kanal-Problem wird jedoch die Hypothese in Form einer Durchschnitts-Ankunftsrate von $\lambda = 0{,}5$ eintreffende Kunden pro 1 Minute eliminiert und dafür die in einer empirischen Untersuchung [2] gewonnenen Daten verwendet werden. Es wurden hierbei der Kundenlauf, die effektiven Kundenzahlen, die effektive Anzahl von Kassen- bzw. Geschäftszeiten festgestellt. Es würde in der Berechnung zu nichtssagenden Ergebnissen führen, wenn sich das spezielle Untersuchungszeitintervall auf 1 Monat, 1 Woche oder 1 Tag (d.h. auf die Geschäftszeit von 8 - 18 Uhr) erstreckt. Hierbei stehen Erfahrungsdaten zur Verfügung, die besagen, daß nur Hauptgeschäftszeiten [3] zu Kundenstauungen Anlaß geben.

---

1) Vgl. S. 60/61 ff. dieser Arbeit.

2) Untersuchung im Rahmen des Seminars von Prof. Dr. A. Angermann im SS 1959 an der Universität Göttingen.

3) Grundlagen dieser Erhebungsergebnisse sammelte der Verfasser in dem Lebensmittelfilialbetrieb Adolph Schürmann, Remscheid / Rhld., während der Hauptgeschäftszeiten. Damit sind die sogenannten Stoßzeiten bezeichnet, die mittags zwischen 11 und 13 Uhr von Hausfrauen und abends zwischen 17 Uhr und Ladenschluß aufgrund der gegen 17 Uhr liegenden Arbeitsschlußzeit anderer Branchen von Berufstätigen als Einkaufszeiten wahrgenommen werden.

Die o.a. empirische Untersuchung ergab, daß in einem SB-Laden mittlerer Größe [1] innerhalb 1 Stunde der o.a. Hauptgeschäftszeiten [2] durchschnittlich 120 Kunden eintreffen. Die durchschnittliche Abfertigungszeit eines Kunden an der Kasse wurde mit 1,88 Minuten ermittelt. [3]

Eine Vorzugsregel soll analog der analytischen Voruntersuchung [4] nicht beachtet werden. Außerdem ist die Untersuchung nicht an die Bedingung $\varkappa < 1$ in dem Mehr-Kanal-Modell aufgrund der Voraussetzung $\varkappa \leq k > 1$ gebunden.

2222 Problemlösung

22221 Lösungsvorbereitende Ermittlungen

a) ... der Verkehrsintensität $\varkappa$

Die Durchschnittsanzahl eintreffender Kunden pro Stunde betrug 120; auf das Minutenintervall bezogen erhält man: 120/60 = 2, d.h., 2 Kunden treffen pro Minute ein.

---

1) Die Untersuchungen wurden mit freundlicher Genehmigung des Inhabers des Lebensmittelfilialbetriebes Schreiber, Heidelberg-Mannheim, Herrn Hans Schreiber, in dem SB-Laden Heidelberg, Hauptstraße, und mit freundl. Genehmigung des Geschäftsführers der Versorgungsbetriebe Salzgitter GmbH, Herrn Direktor Bärwolf, Braunschweig, in dem SB-Laden Salzgitter-Lebenstedt, Breite Straße, durchgeführt.

2) Hierbei sind Festtagsgeschäftsabläufe wie vorösterliche, vorweihnachtliche etc. Einkaufszeiten unberücksichtigt geblieben, da hierfür besondere Kapazitätsveränderungen geplant und entschieden werden.

3) Diese Abkassierungszeit stimmt mit dem Ergebnis der Untersuchung der Rationalisierungsgemeinschaft des Handels beim RKW Köln von 1958 überein; vgl. hierzu S. 61 ff. dieser Arbeit.

4) Vgl. S. 62 ff. dieser Arbeit.

Aus der Ø - Abkassierungszeit von 1,88 Minuten pro Kunde folgt - aus zeitparitätischen Relationen - die Berechnung für 1 Minute Abkassierungszeit nach:

$1 / 1{,}88 = 0{,}5319 \approx 0{,}5$, d.h. 0,5 Kunden werden in 1 Minute abkassiert.

Für die Verkehrsintensität $\mathcal{K}$ folgt:

$$\mathcal{K} = \frac{\lambda = 2 \text{ eintreffende Kunden pro 1 Minute}}{\mu = 0{,}5 \text{ abkassierte Kunden pro 1 Minute}}$$

$\mathcal{K} =$ 4 ERLANG .

Der Faktor "4 ERLANG" drückt aus, daß bei einer durchschnittlichen Ankunftsrate von $\lambda = 2$ pro 1 Minute innerhalb desselben Intervalls von 1 Minute nahezu 0,5 Kunden bei einer Kassenzeit von 1,88 Minuten pro Kunde abgefertigt werden können.

Wenn angenommen wird, daß zu einem bestimmten Zeitpunkt x ein Kunde eintrifft und in 30-Sekunden-Intervallen jeweils 1 weiterer Kunde vor den Kassen erscheint, treten diese Ankünfte in folgendem Zeitrhythmus ein:

1. Kunde = X Uhr, 0 Min., 0 Sek.,
2. Kunde = X Uhr, 0 Min., 30 Sek.,
3. Kunde = X Uhr, 1 Min., 0 Sek.,
4. Kunde = X Uhr, 1 Min., 30 Sek.,

⋮
⋮

$n > k$

Wird eine Kassenanzahl von $k_i \leq n_j$ (für $i = 2, 3, \ldots$ und $j = 3, 4, \ldots, \infty$) vorausgesetzt und die Durchschnittsabfertigungszeit von 1,88 $\approx$ 2 Minuten pro Kunde beachtet, so gibt die folgende Tabelle bereits optisch einen Überblick über Kassenbesetzungen, Wartezeiten der Kunden, Leerzeiten des Kassenpersonals, etc.:

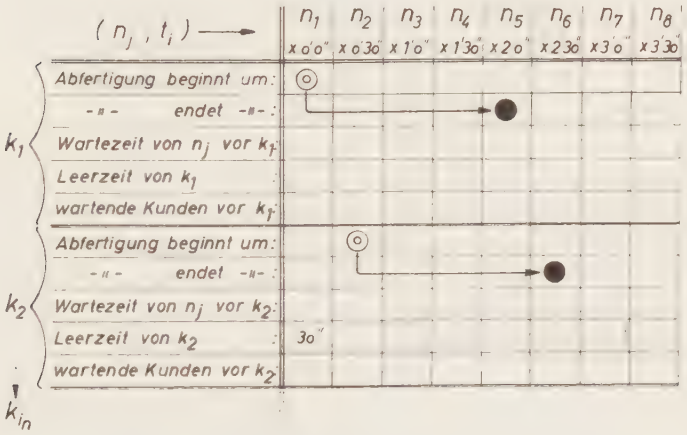


Fig. 6

Obwohl sich in dieser einfachen Darstellung die 30-Sekunden-Ankunftsfrequenzen nur über drei Minuten erstrecken, ist es jedoch bereits möglich, einige Merkmale des Wartezeitproblems zu erkennen. So kann man daraus beispielsweise die Notwendigkeit der Manipulation der Kassenkapazität ersehen, um Wartezeiten zu eliminieren.

Bei nur 1 Kasse müßte der Kunde n_2 bereits bis zum Zeitpunkt X, 2',0'' warten, um die von dem Kunden n_1 geräumte Kasse k_1 zu belegen; der Kunde n_3 muß folglich bis zum Verlassen der Kasse k_1 durch den Kunden n_2 warten; das bedeutet, daß die Warteschlange der n_j Kunden immer größer wird, was auch ein Ansteigen der Wartezeiten veranlaßt.

Dieses Ansteigen von $\bar{n}$ (analog zu $\bar{t}_w$) wird erst bei $\varkappa = k_{\varkappa+1}$ stagnieren und bei $\varkappa < k$ rekursiv werden, d.h. bei $\varkappa < k$ werden Warteschlange und Wartezeiten mit ansteigender Zahl von k_i (für $i = \varkappa+1$, $\varkappa+2$, $\varkappa+3$, ...) gegen Null tendieren.

Da die tabellarische Übersicht nur die Situationen von Ankunfts- und Abfertigungsdaten, Wartezeiten und Schlangenlänge ab Zeitpunkt X und nicht für allgemeine Zeiträume t darstellt, bedarf eine generelle Aussage über o.a. Probleme einer Berechnung, wie sie im vorangehenden analytischen Teil der Arbeit gegeben wurde.

b) ... des Wahrscheinlichkeitsfaktors P_o

Nach Gleichung (44)[1] werden für k_i (i=4, 5, 6, 7, 8) und n_j ($j=k_{i-1}$) folgende Werte von P_o unter Voraussetzung von $1 < \varkappa \leq k$ ermittelt:

k	P_o
4	0,0
5	0,013
6	0,0167
7	0,0198
8	0,02

1) Vgl. S. 77 dieser Arbeit.

c) ... des Wahrscheinlichkeitsfaktors P(w)

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei $1 < \varkappa \leq k$ ein neu eintreffender Kunde nicht sofort - nach getätigtem Einkauf - abkassiert wird, errechnet sich nach Gleichung (46)[1] wie folgt:

k	P(w)
4	1,0
5	0,555
6	0,285
7	0,150
8	0,065

22222 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}$ wartender Einheiten vor den Abfertigungsstellen

Analog der analytischen Ableitung für die Durchschnittswarteschlange $\bar{n}$ in Gleichung (48)[2] erhält man folgende Werte:

k	P(w)	$\frac{\varkappa}{k-\varkappa}$	$\bar{n}$
4	1,0	∞	∞
5	0,555	4	2,22
6	0,285	2	0,57
7	0,150	$1,3\overline{3}$	0,1995
8	0,065	1	0,065

1) Vgl. S. 77/78 dieser Arbeit.
2) Vgl. S. 78/79 dieser Arbeit.

22223 Berechnung der durchschnittlichen Anzahl $\bar{n}_s$ von Einheiten im System

Nach Gleichung (49)[1] (wird zu den Ergebnissen für $\bar{n}$ der Wert $\varkappa = 4$ addiert) erhält man die Durchschnittsanzahlen von Kunden (Einheiten) $\bar{n}_s$ im Verkaufsraum (System):

k	$\bar{n}$	$\varkappa$	$\bar{n}_s$
4	∞	4	∞
5	2,22	4	6,22
6	0,57	4	4,57
7	0,1995	4	4,1995
8	0,065	4	4,065

22224 Berechnung der durchschnittlichen Verweilzeit $\bar{t}_v$ von Einheiten im System

Dividiert man nach Gleichung (50)[2] die Werte für $\bar{n}_s$ durch die durchschnittliche Ankunftsrate λ, erhält man die folgenden Werte für $\bar{t}_v$:

k	4	5	6	7	8
$\bar{t}_v$	∞	3,11	2,285	2,0998	2,033

1) Vgl. S. 79/80 dieser Arbeit.
2) Vgl. S. 79/80 dieser Arbeit.

22225 Berechnung der durchschnittlichen Wartezeit $\bar{t}_w$ von Einheiten vor den Abfertigungstellen

Nach Gleichung (50a)[1] erhält man die Werte für $\bar{t}_w$ durch Subtraktion der Werte für $\bar{t}_b$ von $\bar{t}_v$:

k	4	5	6	7	8
$\bar{t}_v$	∞	3,11	2,285	2,0998	2,033
$\bar{t}_b$	2	2	2	2	2
$\bar{t}_w$	∞	1,11	0,285	0,0998	0,033

22226 Ermittlung der Leerzeit L der Abfertigungsstellen

Aus Gleichung (52)[2] folgt:

k	4	5	6	7	8
$\frac{\varkappa}{k}$	1	0,8	0,66	0,571	0,5
L	0	0,2	0,34	0,429	0,5

2223 Beurteilung der numerischen Ergebnisse

Die Berechnungen lassen sich tabellarisch nochmals wiedergeben:

---

1) Vgl. S. 80/81 dieser Arbeit.
2) Vgl. S. 80/81 dieser Arbeit.

k	$\bar{n}$	n_s	$\bar{t}_v$	$\bar{t}_w$	L	$\frac{k}{k}$
4	∞	∞	∞	∞	0	1
5	2,22	6,22	3,11	1,11	0,2	0,8
6	0,57	4,57	2,285	0,285	0,34	0,66
7	0,1995	4,1995	2,0998	0,0998	0,429	0,571
8	0,065	4,065	2,033	0,033	0,5	0,5

Aus dieser Tabelle ist zu entnehmen, daß das Kassenpersonal des eingangs angeführten Selbstbedienungsladens bei nur 4 Kassen die Anzahl der abzukassierenden Kunden nicht bewältigen kann, da diese Anzahl der wartenden Kunden (Warteschlange) und deren Wartezeiten unendlich groß sind.

Bei 5 Kassen stehen durchschnittlich ca. 2 Kunden mit einer durchschnittlichen Wartezeit von 1,11 Minuten vor den Kassen.

Bei 6 Kassen vermindert sich die Anzahl der wartenden Kunden gegenüber 5 Kassen bereits um 1,65 $\approx$ 2 Kunden, so daß bei einer effektiv errechneten Wartezeit von $\bar{t}_w = 0,285 \approx 0,3$ Minuten = 18 Sekunden realiter von einer Wartezeit speziell nicht mehr gesprochen werden kann.

Bei 4 Kassen erhält man zwar einen 100 %igen Ausnutzungsgrad, dem jedoch gegen Unendlich tendierende Wartezeiten etc. gegenüberstehen. Die folgenden Leeranteile bzw. Kapazitätsausnutzungsgrade bei 5 und mehr Kassen lassen erkennen, daß die Geschäftsführung vor der Entscheidung steht, das Optimum zwischen 5 und 7 Kassen zu finden. Bei einem Leeranteil von 0,2 bis 0,34 bzw. 20 bis 34 %

für 5 bzw. 6 Kassen wäre ein Ausnutzungsgrad von 80 bzw. 66 % als annehmbar zu bezeichnen. Überträgt man die Daten der tabellarischen Übersicht in eine Diagrammform, so zeigt Fig. 7 das Abfallen der Ø-Warte- und -Verweilzeit, getrennt durch die Konstante der Durchschnitts-Kassenzeit $\bar{t}_b$.

In gleicher Weise lassen sich die Daten-Verläufe der Ø-Schlangenlänge und Ø-Anzahl von Kunden im Kassenprozeß in Fig. 8 abbilden, wobei ebenfalls eine Konstante, hier $\mathcal{K}$, beide Kurvenverläufe trennt.

Werden hierbei die Leeranteile und Kapazitätsausnutzungsgrade herangezogen, ergibt Fig. 9 die Darstellung dieser Werte, wobei die Kurven und die numerischen Werte für L und $\mathcal{K} / h$ addiert die Konstante 1 ergeben.

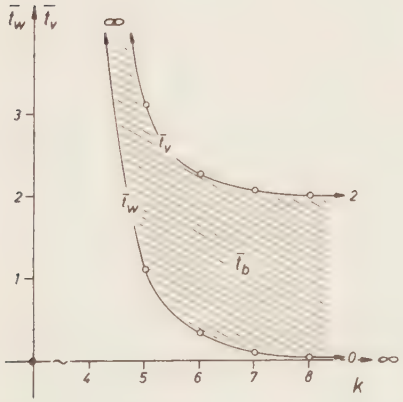
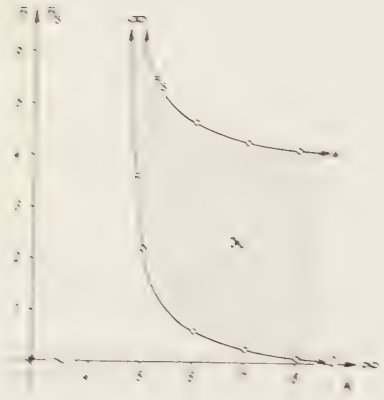
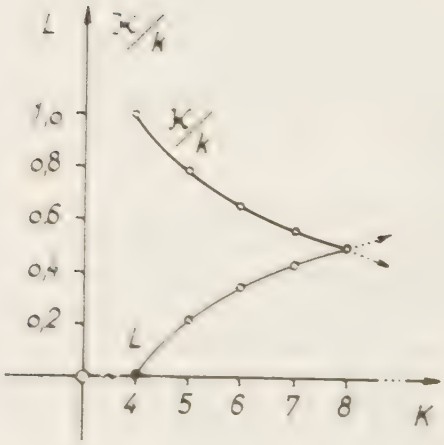


Fig. 7



Фиг. 8



Фиг. 9

3. Kapitel

Lösung von Wartezeitproblemen aufgrund numerischer Simulationen

31 Das generelle Simulationsmodell

311 Wesen und Grenzen der Simulation

"Allzuoft hört man das folgende Wort von Operations-Research-Fachleuten: -Ja, wenn wir nicht mehr weiterkönnen, dann simulieren wir. -
Dieser Ausspruch ist nur in einem begrenzten Sinn wahr. Es stimmt, daß oft, wenn andere direkte mathematische Methoden ... versagen, wir zur Simulation greifen. Aber dieses Wort gibt besonders Außenstehenden den Eindruck, daß Simulation eine den anderen Techniken des Operations-Research-Wesens untergeordnete nicht ganz standesgemäße Methode ist; und wenn auch viele unserer Fachkollegen das nicht bewußt glauben, so handeln sie trotzdem sehr oft als ob es sich so verhielte ...

Tatsache ist, daß die Simulation den anderen Operations-Research-Methoden gleichgestellt ist, fast auf mathematischen Prinzipien basiert und oft von dem, der sie korrekt anwendet, höhere mathematische Kenntnisse fordert als andere Verfahren." [1)]

Mit diesen Worten kann die augenblickliche Situation der Befürwortung bzw. Ablehnung von Simulationstechniken nicht treffender geschildert werden.

Die Skepsis gegenüber der Simulation - als Verfahren der Unternehmensforschung und darüberhinaus als Hilfs-

---

1) Vgl. Kay, E., Wesen und Grenzen der Simulation, in: Ablauf- und Planungsforschung, Bd. 4, 1963, Heft 2, S. 191.

mittel zur Überprüfung der Anwendbarkeit von Optimierungsregeln anderer Wissensgebiete und vor allem der Praxis - ist noch nicht ganz beseitigt, da die Voraussetzungen für die Durchführung von Simulationen erst mit der Verbreitung von Datenverarbeitungsanlagen erfüllt sind, d.h. sie stellen das wichtigste Postulat dar, das auch der Simulation selbst Grenzen setzt. [1)]

Die Simulation selbst stellt keine großen Anforderungen an die Interessenten. Komplizierter dagegen sind die Simulationsvorbereitungen. Es besteht ferner die Gefahr, daß die Speicherkapazität der Großrechner oder / und die zur Verfügung stehende Rechenzeit einen Engpaß bilden. Der technische Fortschritt in jüngster Vergangenheit und Gegenwart beweist zwar, daß die Rechenanlagen laufend verbessert, größer werden und höhere Rechengeschwindigkeiten aufweisen als Rechner vor 10 bzw. 15 Jahren sie besaßen. Die Kosten pro Rechengang haben sich jedoch kaum geändert und werden auch vorläufig häufig der Simulation in der Praxis Grenzen setzen. Ein bedeutender Engpaß in Form von Modell-Programmierungen lag in der dafür aufzuwendenden Zeit. Diese Problematik ist ebenfalls in jüngster Zeit durch vereinfachte Maschinensprachen [2)] gelöst worden.

Das soll der Beweisführung für die Simulationsproblematik genügen. Der gesunden Skepsis gegenüber Simulationsmethoden ist zu entgegnen, daß diese Art von Problemlösungen eben noch zu jung ist, um neben den analytischen, traditionellen Methoden anerkannt bestehen zu können.

Wenn auch die Technik, die naturwissenschaftlichen Forschungsgebiete und vor allem die medizinische

---

1) Vgl. Kay, E., a.a.O., S. 193.

2) z.B. Fortran, Algol, Cobol, Prosa, etc.

Forschung bewußt und / oder unbewußt die Simulation bisher angewendet hat, so kommt dieser in jüngster Zeit und ferner besondere Bedeutung zu. Vergleicht man die der Simulation analogen Experimente, so muß festgestellt werden, daß die Grundlagen beider Verfahren in der Dynamik wurzeln. Es ist jedoch gewagt, zu behaupten, die Simulation und das Experiment würden zwei Verfahren darstellen. Man kann sagen, daß beide einem einzigen Verfahren unterliegen und nur methodisch sich unterscheiden. Das Experiment beruht auf der Methode der praktischen Durchführung von Versuchsreihen, wie sie im chemischen Labor, im physikalischen und medizinischen Bereich, in der botanischen und zoologischen Züchtung etc. angetroffen werden. Die Simulation kann ebenfalls in den soeben angeführten Bereichen zur Anwendung kommen, beruht jedoch nicht auf der praktischen Durchführung von Versuchsreihen, dem Experiment, sondern auf der Manipulation von Zahlendaten, Rechengrößen und Werten, die quantitativ sein müssen. Hierbei können deterministische und / oder stochastische Daten verarbeitet werden.

Es kann ein Globalmodell unter Variierung der einzelnen Parameter - analog den Submodellen - simuliert werden, was selbstverständlich die Aufstellung eines Modells an sich voraussetzt. Es kann jedoch auch mit effektiven Daten simuliert werden, um die Veränderung der realen Situation aufgrund der Simulation deterministischer Daten nachzuprüfen. Es ist auch möglich, hypothetische Daten oder sogar eine Theorie durch den Versuch, das Experiment oder die Simulation zu bestätigen bzw. den Beweis dafür anzutreten, wenn die analytischen Werte der Hypothese bzw. der Behauptung mit den "wahren" Werten der Messung bzw. der Simulation - also dem durch das sogenannte Meßobjekt und Meßanordnung bestimmten Erwartungswerten, die streng genommen erst nach nahezu unendlich vielen Messungen ermittelt

werden können [1] - übereinstimmen.

312 Grundlagen der Simulation

3121 Das Experiment "an sich"

Die dem Experiment zugrundeliegende Versuchsreihe stellt nichts anderes dar als eine Wiederholung

a) heterogener Versuche, Messungen etc. an ein und demselben Untersuchungsgegenstand oder

b) homogener Versuche, Messungen etc. an verschiedenen Untersuchungsgegenständen.

Hieraus folgt, daß, wenn ein bestimmtes Ereignis als Wiederholung von mehreren gleichartigen Vorgängen angesehen werden kann, sich aufgrund des Untersuchungs- bzw. Erfahrungszeitraums eine empirische Häufigkeitsverteilung für die Gesamtheit der Vorfälle feststellen läßt. [2] Es besteht deshalb eine Interdependenz zwischen Ursache und Wirkung bei spezieller Betrachtung der Ergebnisse einer Versuchsreihe. [3]

---

1) Vgl. dazu Mises, R. von, Über kausale und statistische Gesetzmäßigkeit in der Physik, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31, S. 189 ff.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S.21.

3) Die Ursache bestimmt die Wirkung. Es ist auch psychologisch zu verstehen, daß die Ursache als das Bestimmende angesehen wird, und auch nur da, wo das Frühere hinreichende Bedingung ist und die Erkenntnis eines Gesetzes sich aufdrängt. Daher gilt die Auffassung, daß, wenn der Gegenwartszustand und die Vergangenheitsgegebenheiten hinreichend bekannt sind, sich die Zukunft oft wenigstens eine Strecke weit voraussagen läßt.
Vgl. dazu Hertz, P., Über den Kausalbegriff im Makroskopischen, besonders in der klassischen Physik, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31, S. 212/13; Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 19; Åkermann, J., Zeitsymmetrie der Erfahrungen und Erwartungen, Arch. für WuSF, Bd. 8, 1942, S. 20 ff.; Gutenberg, E., Grundlagen ..., 2. Bd., Der Absatz, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955, 5. Aufl. 1962, S. 65/66.

31211 ... als Gedankenexperiment

Einerseits gilt das Experiment als diejenige Methode, welche eine vermutete Gesetzmäßigkeit im Einzelfall aufzuzeigen versucht, d.h. man untersucht und analysiert den "Einzelfall" eines Problems, um dann den einfachen Erscheinungen nachzuspüren und sie einer experimentellen Untersuchung zu unterziehen. Mit Hilfe solcher Experimente sollen Erkenntnisse ermittelt werden, die dann - nach Durchführung des Experiments - dem Bereich der Erfahrungserkenntnis angehören. [1)]

Andererseits kann auch eine Vielzahl von Fällen untersucht werden, um eine Gesetzmäßigkeit - experimentell - zu begründen. [2)]

---

1) "Es sind viele Gesetze der Natur, die wir nur vermittels der Erfahrung wissen können, aber die Gesetzmäßigkeit in Verknüpfung der Erscheinungen, d.h. der Natur überhaupt, können wir durch keine Erfahrung kennenlernen, weil Erfahrung selbst solcher Gesetze bedarf, die ihrer Möglichkeit a priori zu Grunde liegen. Die Möglichkeit der Erfahrung überhaupt ist also zugleich das allgemeine Gesetz der Natur, und die Grundsätze der ersten sind selbst die Gesetze der letzteren. Denn wir kennen die Natur nicht anders als den Inbegriff der Erscheinungen, d.h. der Vorstellungen in uns, und können daher das Gesetz ihrer Verknüpfung nirgends anders als von den Grundsätzen der Verknüpfung derselben in uns, d.h. den Bedingungen der notwendigen Vereinigung in einem Bewußtsein, welche die Möglichkeit der Erfahrung ausmacht, hernehmen."
Vgl. dazu Kant, E., Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft auftreten können, Berlin 1783, auszugsweise in: Hunger, E., Von Demokrit bis Heisenberg, Braunschweig 1963, S. 57.

2) Vgl. S. 93 ff. dieser Arbeit.

Im Gegensatz hierzu steht die "abstrakte" Form der experimentellen Erkenntnis, nämlich diejenige des Gedankenexperiments. [1] Hierbei handelt es sich um eine gedanklich durchgeführte Kombination entweder von gesicherten Erfahrungserkenntnissen oder von quasi-hypothetischen Faktoren. Dieses methodische Verfahren aufgrund der Geistestätigkeit kann demnach einerseits aufgrund kausaler Gegebenheiten sozusagen durchdacht werden,andererseits ein Experiment darstellen, das derivativ-kausal begründet ist. Diese derivat. Untersuchung unterscheidet sich im Gegensatz zur originären, d.h. zur kausal auf Erfahrungssätzen beruhenden, dadurch, daß mehr oder minder neue Situationen in das Gedankenexperiment einbezogen werden, die sich graduell von den Erfahrungssätzen entfernen. [2]

Analog hierzu läßt sich diese Konstruktion selbstverständlich auch mit dem praktischen Experiment verbinden, was in dem folgenden Schaubild dargestellt wird:

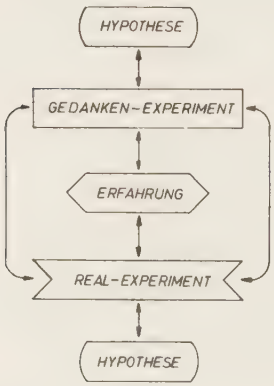


Fig. 10

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 23 ff.

2) Vgl. diese Ausführungen mit dem Schema der Lösungsmethoden auf S. 22 und den dazu gegebenen Erläuterungen auf den Seiten 22 ff. dieser Arbeit.

Man kann demnach sagen, daß die Erkenntnis einerseits aufgrund mehr oder minder hypothetischer Fakten von Eindrücken der Sinne unabhängigen - also a priori - und andererseits aufgrund der Empirie - also a posteriori - von den bereits vorliegenden Ergebnissen abhängigen Ursprungs sein kann. Daraus folgt, daß, je mehr man die Erfahrungssätze eliminiert, in so stärkerem Maße das stochastische, mutmaßliche Element auftritt.

"Mit dem Gedankenexperiment erhebt sich der Geist des Forschers über die Welt der wirklichen Meßwerkzeuge hinaus, sie verhelfen ihm zur Bildung von Hypothesen und zur Formulierung von Fragen, deren Prüfung durch wirkliche Experimente ihm den Einblick in neue gesetzliche Zusammenhänge eröffnet, auch in solche Zusammenhänge, welche einer direkten Messung unzugänglich sind." [1)]

Das besagt, daß eine Fiktion im Gedankenexperiment zu einem Reifestatus gelangt, wonach diese Fiktion Formen annehmen kann, die - graduell - mit Hilfe der Verifizierung im Rahmen empirischer Experimente auf ihre Struktur, ihren Zustand und Verwendung hin getestet werden können. Hierbei gibt es keine Begrenzung des hypothetischen bzw. des Gedanken-Experimentes. Das bedeutet, daß der Abstraktionsgrad unendliche Dimensionen annehmen kann. Wie weit jedoch eine Hypothese - im Gedankenexperiment geformt - bewiesen werden kann, hängt von der experimentellen Bestätigung ab und bedarf einer Prüfung, um - wiederum graduell betrachtet - einer Gesetzlichkeit unterworfen werden zu können.

Somit stehen

1. Hypothese
2. Experiment und
3. Gesetz

---

1) Vgl. Planck, M., Gedankenexperimente und ihre Bedeutung, in: Hunger, E., a.a.O., S. 39.

in einem unauflöslichen Wechselbezug, [1] was mit dem Facit der Forschung überhaupt erst in Einklang zu bringen ist, wenn einstimmig über die Methoden der Forschung geurteilt werden kann, daß einer wohlüberlegten, also eingegrenzten Hypothese eine experimentelle Nachprüfung folgt, um daraus Gesetzmäßigkeiten abzuleiten und Gesetze - sui generis - aufzustellen.

31212 ... als Realexperiment

Diese dem Gedankenexperiment folgenden Untersuchungen können im Rahmen von Realexperimenten [2] als Verfahren bezeichnet werden, aufgrund welcher man beispielsweise über Vorgänge in der Natur Klarheit haben möchte und man sich nicht nur mit der Beobachtung und dem Nachdenken darüber begnügt, wie es dem Gedankenexperiment anhaftet. Diese Untersuchungen bestehen darin, daß man die Bedingungen der Vorgänge abändert, sie messend verfolgt, sie mit anderen, besser bekannten Vorgängen in Verbindung bringt, über die oft ganz unerwarteten - von gewöhnlicher Erfahrung mitunter weitab liegenden - Ergebnisse diskutiert und sie kritisiert, die Fragestellung danach ändert und so auf mühsamen, indes allein Erfolg verheißendem Wege in den Zusammenhang der Erscheinungen eindringt. [3]

---

1) Vgl. Hunger, E., a.a.O., S. 43.

2) Das Realexperiment als Pendant zum Gedankenexperiment könnte auch als sogenanntes "Naturalexperiment" bezeichnet werden. Dieser neue Ausdruck unterliegt jedoch einer Beschränkung, die eine Anwendung beispielsweise auf Simulationsbasis mit Hilfe von Großrechnern nur bedingt erlaubt.

3) Vgl. Dannemann, F., Die Anfänge der experimentellen Forschung und ihre Ausbreitung, München und Berlin 1922, S. 2; Dannemann betont,daß der Weg der Erkenntnis von Gesetzmäßigkeiten dieser Art nur induktiv, d.h. auf dem Wege der Erfahrung beschritten werden kann; vgl. auch das Schema auf S. 22/98 dieser Arbeit.

Der Grund dafür, daß ein Realexperiment mehrmals durchgeführt, u.U. auch nahezu unendlich viele Versuche angestellt werden müssen, ist der, daß trotz aller Sorgfalt des Experimentierens niemals alle störenden Einflüsse ausgeschaltet werden können. Könnte man experimentell ein hundertprozentiges Ergebnis mit Hilfe nur eines Untersuchungsganges erhalten, was wiederum sehr selten eintrifft, so bedürfte es freilich nur eines einzigen Experiments, wobei genaueste Beobachtung und Messung vorausgesetzt werden müßten. Das bedeutet also, daß eine Wiederholung des Experiments der Sicherung gegen Unzulänglichkeiten des Beobachtens und darüber hinaus dagegen dient, daß bei dem Untersuchungsgang etwa zufällige Nebenumstände mitgewirkt haben, die vom Untersuchenden nicht bemerkt wurden oder ihm überhaupt nicht bekannt waren. Diese Begleitumstände fordern demnach eine Wiederholung des Untersuchungsganges, um die störenden Faktoren weitgehend oder noch besser völlig zu eliminieren.

Die Durchführung eines Realexperiments besteht außerdem darin, daß die Voraussetzungen, d.h. die vorhandenen Faktoren, so geordnet werden, daß die experimentelle Anordnung den Fragestellungen innerhalb des Untersuchungsganges entsprechen. Das Realexperiment stellt also immer auch einen Eingriff in die vorhandene sogenannte Ordnung dar, und es ist die Kunst des Untersuchenden, diesen Eingriff so vorzunehmen und die Stadien des Untersuchungsganges so darzustellen, daß sie einer möglichst genauen Erfassung und Messung zugänglich werden. [1)]

Ergeben nun die Messungen, daß die Abweichungen innerhalb einer zulässigen Fehlergrenze liegen, d.h. werden die Freiheitsgrade nicht überschritten, so kann darauf geschlossen werden, daß die durch die Meßergebnisse be-

---

1) Vgl. auch hierzu Hunger, E., a.a.O., S. 43.

stätigten Aussagen als richtig anzusehen sind, und einer Fixierung des Ergebnisses als Gesetz steht jetzt nichts mehr im Wege. [1]

Eine wichtige Frage betrifft die Verallgemeinerung des Experiment-Ergebnisses. Damit ist das Problem des Gültigkeitsbereiches angeschnitten worden.

"Im Grunde genommen gehört aber die Frage, welcher Verallgemeinerung die in einem bestimmten Experiment gewonnenen Ergebnisse fähig sind, bereits in die Vorüberlegung und Versuchsplanung ... " [2]

Hieraus folgt, daß bei einer zu großen Streuung der Ergebnisse neue Prämissen gesetzt werden müssen, die wiederum den Ausgangspunkt für neue Untersuchungsreihen bilden.

Das Experiment ist demzufolge kein Hilfsmittel, sondern ein methodisches Mittel, ohne das die Forschung - allgemein betrachtet - nicht auskommen kann. [3]

3122 Das Experiment in der Wirtschaftswissenschaft und -praxis

Modelle zum Experimentieren, die Simulationstechniken verwenden, werden zumeist entwickelt, wenn ungenügende Voraussetzungen zur Bildung eines verbalen oder mathematischen Modells gegeben sind, wie unzureichende Werk-

---

1) Vgl. auch Hunger, E., a.a.O., S. 45.

2) Vgl. Hunger, E., a.a.O., S. 46.

3) Z.B. das Experiment in Naturwissenschaft und Technik, Medizin, Soziologie, etc.; ferner sei verwiesen auf die sog. Sandkastenbeispiele im militärischen Bereich und die jängsten Testexperimente der Luftfahrt- und Raketentechnik; vgl. hierzu die Ergebnisse der "Exploratory Conference on Missile Model Design for Reliability Prediction", Third Meeting White Sands Missile Range, vom 20.-23.4.59 des Army Missile Test Center, White Sands Missile Range, New Mexico, USA.

zeuge zur exakten Formulierung der Zielfunktionen, unzureichende Erkenntnisse über den Zusammenhang von Ursache und Wirkung, unsichere Erwartung über den Einfluß menschlicher Handlungen und des Zufalles und letztlich Unkenntnis universaler Zusammenhänge. [1)]

Ob nun durch das Experiment im ökonomischen Bereich die Erkenntnisse erweitert werden, bedarf eines - bisher nur in Spezialfällen [2)] erbrachten - Beweises.

Als Experimente auf der Basis von Gedankenexperimenten und theoretischen bzw. analytischen Experimenten können im ökonomischen Bereich die bereits in den 30-er Jahren begonnenen Marktmanipulationen mit Scheinfirmen im Rahmen pädagogischer Übungen der Berufs- und Fortbildungsschulen bezeichnet werden. Ferner sind die in jüngster Zeit bekanntgewordenen Planspiele oder Unternehmungsspiele [3)] einerseits nur eine Fortsetzung dieser o.a. Scheinfirmenspiele auf einer höheren Ebene mit höheren Voraussetzungen, die an die Spielteilnehmer gestellt werden und andererseits ein Äquivalent zu den sogenannten Plan-Experimenten militärischer Führungsspitzen. [4)]

Damit ist bereits die Unterscheidung getroffen bzw. abgegrenzt worden, welcher sich die sog. Experimente im Wirtschaftsbereich zu unterziehen haben, nämlich

---

1) Vgl. Riccardi, F.M., Top Management Decision Simulation, in: The AMA Approach, New York 1957, S. 28 ff.

2) Einer dieser bekanntgewordenen Spezialfälle ist das Wirtschafts-Kreislauf-Modell-Experiment in Anlehnung an das Leontieffsche Kreislaufmodell der Input-Output-Analyse des Wirtschaftsbeirates der Regierung der USA von 1952, welches die Grundlagen für die Entscheidung abgab, den Koreakrieg abzubrechen.

3) Vgl. hierzu Bleicher, K., Unternehmungsbeispiele, Baden-Baden 1962.

4) Vgl. Fußnote 2 u.3 auf S. 102 dieser Arbeit.

1. Durchführung von Untersuchungen mit Hilfe deterministischer Parameter, speziell für Kontrollen vorliegender Ergebnisse zwecks Nachprüfung mit Hilfe von Stichproben,

2. Durchführung von Untersuchungen mit Hilfe von Wahrscheinlichkeits-Parametern, speziell für zukunftsbezogene Entscheidungskriterien und

3. Durchführung von Untersuchungen mit Hilfe von Zufallszahlen.

Man kann folglich jegliches Experimentieren mit Wahrscheinlichkeitsparametern und mit Zufallszahlen als Simulation bezeichnen. Die Technik der Simulation, d.h. die technische Durchführung, stellt demnach nichts anderes als Untersuchungsreihen eines Experiments dar. Hierbei werden für jede neue Simulation die Eingangsdaten je nach Notwendigkeit variiert. Diese Eingangsdaten können

1. einer vorangehenden mathematischen Analyse entspringen,

2. einer Betriebs- oder Marktanalyse entnommen werden oder

3. vollkommen hypothetischen Charakters sein.

313 Kritische Betrachtung der Simulation

Dieser soeben aufgestellten Gliederung der Input-Daten schließt sich unweigerlich eine Kritik an, die bei falscher Eingabe der Input-Daten berechtigterweise nur negativ sein kann.

In jedem Fall erreicht man nach nahezu unendlich vielen Simulationen - approximativ - Werte, die mit den Eingangswerten - je nach Größe des Streubereichs aufgrund der Simulationsanzahl - identisch oder nahezu identisch sind. Hier taucht die Frage auf: Wozu führt man dann ein Simulationsexperiment erst durch?

Entspricht die Erwartung der Simulationsausgangsdaten unter Voraussetzung bewußt gestellter Eingangsdaten nicht dem Wunschdenken analog einer speziellen subjektiven Wahrscheinlichkeit? [1)]

Aufgrund dieser Gedankengänge kommt man zu einer Problematik, die nur durch eine exakte Definitionsabgrenzung und Analyse in der Vorplanung einer Untersuchungsreihe und der Simulationswertung gelöst werden kann.

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 23;
ferner vgl. Krelle, W., Unsicherheit und Risiko in der Preisbildung, ZfdgSt, 113. Bd., 1957, S. 622 ff;

Analog hierzu kann sogar Goethe zitiert werden, der in seiner Farbenlehre seinen Streit mit dem englischen Wissenschaftler Newton veröffentlichte, in dem Newton - als Naturwissenschaftler - vorgeworfen wird, er mache sich zum Herrn der Erscheinungen und Experimente und sammle Erfahrungen, indem er sie durch künstliche Versuche zusammenzimmere und -schraube und darüber hinaus mit der Überzeugung blende: Was sollen hundert Experimente, wenn zwei oder drei die Theorie auf das beste begründen!
Vgl. hierzu Goethe, J.W. von, Geschichte der Farbenlehre, II. Teil, in: dtv-Reihe, Bd. 42, München 1963, S. 18 u. 19, ferner S. 59;

Ebenso ist in der griechischen Sage von Prokrustes die Rede, daß er seine Gäste seinen Einheitsbetten anpaßte, indem er die Gäste streckte oder verkürzte, um mit stolzem Erfolg über die "gleichbleibende Körperlänge der Reisenden von Attika" zu berichten; vgl. hierzu Schadewaldt, W., Griechische Sternsagen, Frankfurt/M. 1956, S. 149 ff und Schwab, G., Sagen des klassischen Altertums, München-Zürich 1963, S. 154 ff;

Ganz richtig erkennt auch Angermann die Fragwürdigkeit der Simulation, wie sie in den meisten Fällen bisher im Schrifttum blind gelobt und fast kritiklos von vielen Autoren übernommen wurde;
vgl. hierzu Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O. S. 280.
Wesentlich ist doch dagegen die Tatsache, daß sog. klassisch mathematisch-analytische Probleme durch Zufallsprozesse ersetzt und die statistischen Schätzwerte der Wahrscheinlichkeiten oder mathem. Erwartungen zu approximativen Lösungen der o.a. analytischen Probleme herangezogen werden.

3131 Charakteristik der Simulation

Der Simulationsablauf liegt zwischen der Dateneingabe und der Datenausgabe (Fig. 11).

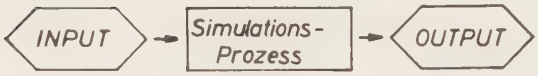


Fig. 11

Einerseits können die Input- und Output-Daten nur einmal verwendet werden (Ein-dimensional), andererseits können die Input-Daten mehrmals verändert werden, woraus ein Wechsel des Simulationsvorganges und somit mehrmals veränderte Ausgangsdaten resultieren.

3132 Typen der Simulation

Die Simulation wird beurteilt nach:

1. deterministischen Input-Daten, wobei die Ergebnisse bestimmbaren Typs sind (deterministischer Fall in Fig. 12);
2. stochastischen Input-Daten, wobei die Ergebnisse zufallsbedingten Typs sind (stochastischer Fall in Fig. 13).

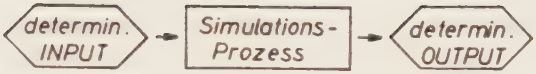


Fig. 12

Fig. 13

3133 Verwendung der Simulationstypen

Analog der kumulativen Aufgabe der Unternehmensforschung an sich,

1. ein Modell zu konzipieren,
2. durch Manipulationen des Modells bzw. Iterationen mit den Parametern eine Optimierungsregel abzuleiten und
3. zu prüfen, ob diese Optimierungsregel eine Optimierung der Ziele in allen möglichen Situationen zuläßt,

können die beiden Simulationstypen zur Überprüfung dieser Optimierungsforderung eingesetzt werden.

Der deterministische Typ der Simulation zur Überprüfung der Verwendung o.a. Optimierungsregeln ist besonders zu empfehlen, wenn es sich um eine Kontrollregelung handelt. Hierbei müssen die vorhandenen Daten der Praxis berücksichtigt werden.

Reichen die realen Daten nicht aus, bzw. ist es zu mühsam, die realen Daten evtl. zu verschlüsseln [1], dann abzulochen, dem Rechner einzugeben und das Ergebnis wieder zu entschlüsseln, so ist es einfacher, den stochastischen Typ der Simulation zu verwenden. Das bedeutet, daß man Zufallsdaten im Elektronenrechner durch Simulation in den Vorgang einschleust und somit die Streuung und Regression ermittelt, um daraus auf die o.a. Optimierungsregel zu schließen.

Der deterministische Typ der Simulation kommt demnach für eine rekursive Untersuchung zur Anwendung, während der stochastische Typ der Simulation der kursiven Betrachtung gilt.

Werden nun beide Typen vermischt bzw. verwechselt, d.h. verwendet man deterministische Eingangsdaten, kombiniert sie mit stochastischen Daten und läßt den Simulationsprozeß nach dem Gesetz der großen Zahl [2] vielmals wiederholen, dann wird - approximativ - je nach Anzahl der sogenannten Durchläufe bzw. Untersuchungsgänge mit mehr oder minder großer Abweichung die Eingangssituation wieder erreicht werden.

Auf dieser Erkenntnis beruhen auch die völlig berechtig-

---

1) Beispielsweise die Daten nach einem bestimmten Maschinen-Code eines Elektronenrechners zu chiffrieren.

2) Vgl. S. 96 ff. dieser Arbeit.

ten Kritiken, [1] die zusätzlich mit der Frage aufwarten, wann bzw. bei welchem Durchlauf die Simulation gestopt werden soll. [2]

Auf jeden Fall werden in beiden Typen die Bereiche der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik angesprochen. Generell gesehen, stellt die Simulation an sich eine Umkehrung der traditionellen statistischen Techniken dar, wobei die Simulation die Charakteristiken des Besonderen aus der Gesamtmenge, d.h. dem Allgemeinen - analog der deduktiven Forschungsmethode [3] - voraussagt, während die traditionelle Technik der Statistik mit Hilfe von Stichproben die Charakteristiken der Gesamtmenge, d.h. der Allgemeinheit - analog der induktiven Forschungsmethode [4] - erfaßt.

Voraussetzung für die Anwendung beider Simulationstypen ist selbstverständlich auch die Modellkonzipierung. Welcher der beiden o.a. Typen nun verwendet wird, richtet sich

1. nach der vorhandenen Datenkonstellation und
2. nach der Zielsetzung.

Das bisher bekannteste Beispiel der Manipulation eines Simulationsmodells stochastischen Typs ist in der Anwendung der Warteschlangenmodelle gegeben. [5] In diesem Modell liegen folgende Parameter vor:

1. Verteilung der Ankünfte von Einheiten,
2. Verteilung der Abfertigungsdauer von Einheiten und

---

1) Vgl. S. 104/105 dieser Arbeit.

2) Vgl. dazu auch Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 280.

3) Vgl. S. 22 ff. dieser Arbeit.

4) Vgl. S. 22 ff. dieser Arbeit.

5) Vgl. hierzu Kay, E., a.a.O., S. 193.

3. der Modus der

   a. Warteschlangenanordnung bzw. -disziplin,
   b. Abfertigungsstellenanzahl,
   c. Abfertigungsregel, wie Abfertigung nach

      a) Rangordnung,
      b) first come - first served und
      c) Vorzugsregel.

Bei der Verifikation eines Wartezeitmodells kann der Fall eintreten, daß ein oder mehrere dieser o.a. Parameter

1. schwierig zu erfassen sind,
2. nur qualitativ vorliegen und
3. eine mathematische Analyse

   a. zu umständlich,
   b. zu schwer,
   c. nicht direkt oder
   d. überhaupt nicht anwendbar ist.

In diesen Fällen hilft eben nur ein sogenanntes Simulieren, ein "Vortäuschen" effektiver Daten durch fiktive Daten.

Das Verhalten beispielsweise der Warteschlangen, die durch ein solches Simulationsmodell entstehen, kann daher nur sichtbar gemacht werden, indem man eben durch eine stochastische Simulation Ankunftsparameter und Abfertigungsparameter künstlich erzeugt und die Modi [1] der Warteschlangen- und Abfertigungsdisziplin bzw. -Regeln als weisungsgebenden Rahmen verwendet.

---

1) Vgl. S. 100 ff. dieser Arbeit.

Das bedeutet also, daß gewisse Probleme, deren Lösungen nur mit Hilfe von sehr komplizierten partiellen oder Integral-Differentialgleichungen zu finden waren, nun auf dem Wege einer Approximation unter Anwendung verschiedener Wahrscheinlichkeitstechniken und Zufalls-Stichproben gelöst werden können. Zusammengefaßt wurden die Techniken unter dem Ausdruck "Monte-Carlo-Methode" bekannt. [1)]

Eine analytische und numerische Berechnung von Wartezeitmodellen mit Hilfe von Simulationen soll deshalb speziell mit der Monte-Carlo-Methode im Rahmen eines "speziellen Simulationsmodells" erfolgen.

32 Das spezielle Simulationsmodell

321 Die Monte-Carlo-Methode als Verfahren der Simulationstechnik

3211 Definition und Herkunft der Monte-Carlo-Methode

In der theoretischen Physik ist vor einigen Jahren eine Methode aufgekommen, die auf den ersten Blick jeden, der zum ersten Male von ihr hört, eigenartig fasziniert. Diese Methode trägt ihren Namen nach der "rollenden Kugel des Roulette", dem Zufallsgeschick am grünen Tisch der ebenso berühmten Spielbank von Monte Carlo. [2)]

Die Monte-Carlo-Methode soll kurz beschrieben sein als das Verfahren, mit welchem man ein künstliches Modell

---

1) Vgl. dazu Donsker, M.D., and Kac, M., J.Res.Nat. Bur. Stds., Vol. 44, 1950; ferner Symposium on Monte Carlo Methods, New York 1958, S. VI.

2) Vgl. hierzu McCloskey, J., and Coppinger, J.M., Operations Research for Management, Vol.II, Baltimore 1956, S. 307 u. 376 ff,; ferner Churchman, C.W., Ackoff, R.L., and Arnoff, E.L., a.a.O., S. 175 u. 409 ff.

der Wahrscheinlichkeit aufstellen kann. Das als neu bzw. umwälzend definierte Verfahren führt jedoch mit seiner numerischen Durchführung zu einer trivialen Anwendung. [1] Das Wahrscheinlichkeitsproblem wird hierbei numerisch gelöst und ersetzt analytische Funktionsgleichungen. [2]

Die Monte-Carlo-Technik findet somit auch verbreitete Anwendung bei Problemen der Unternehmensforschung, z.B. auf dem bereits angeführten Gebiet der Wartezeitprobleme. Man ist in der Hauptsache interessiert an der Ermittlung der Wartezeiten, die in verschiedenen Intervallen auftreten können und z. B. bei Steigerung der Verkehrsintensität, der Bedienungszeit oder der Abfertigungskapazität Veränderungen erfahren. [3]

3212 Grundlagen der Monte-Carlo-Methode

Hierbei wird ein Wahrscheinlichkeitsmodell von der gegebenen Situation aufgestellt, welches die Besonderheiten möglichst genau wiedergibt und ihren Ablauf "Vorgang für Vorgang" simuliert.

So wie ökonomische Probleme evtl. jeweils einen oder mehrere Unsicherheitsfaktoren enthalten, z. B. bei Ankünften von Seeschiffen in Entladehäfen, Kundenankünften in Geschäften, Wareneingängen im Lager, Maschinenausfällen etc., so sind diese Faktoren nur in Form von Wahrscheinlichkeiten zu fassen. Treffen mehrere solcher stochastischen Daten aufeinander, so wird der Aufbau eines analytischen Modells schwierig. Dank der Elektronenrechner kann man in diesen Fällen auf die Monte-Carlo-Methode zurückgreifen. Mit den vorhandenen Faktoren,

---

1) Vgl. dazu Symposium on Monte Carlo ..., a.a.O., S. V.

2) Vgl. Symposium on Monte Carlo ..., a.a.O., S. VII.

3) Vgl. Symposium on Monte Carlo ..., a.a.O., S. 146 ff.; ferner Kahn, H., Use of different Monte Carlo Sampling Techniques, The Rand Corporation, Santa Monica, California, USA.

entsprechend der vorgefundenen Verteilung, bildet man eine möglichst große Zahl willkürlicher Musterfälle, die man jeweils durchrechnet, um aus dieser Versuchsreihe den durchschnittlichen Einfluß jedes Faktors zu erkennen. Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt von der Zahl der angenommenen Rechendurchläufe ab. Es handelt sich also hier um echte wirtschaftliche Experimente. [1)]

Ein absichtlich durchgeführtes Spiel wie Roulette, Würfeln etc. (d.h. ein Zufallsspiel) bildet die Grundlage der Lösung des Simulationsmodells nach der Monte-Carlo-Methode. Es mag vorerst zweifelhaft erscheinen, und zu Recht bestehen die Fragen, ob man die Genauigkeit mathematisch analytischer Methoden mit dem Glücksspiel in Verbindung bringen kann?

Anhand des GALTONschen Bretts läßt sich beispielsweise die Monte-Carlo-Methode in trivialer Weise erläutern. [2)]

Dieser Versuch mit Hilfe des GALTONschen Brettes deutet auf Ergebnisse hin, die aufgrund des "Gesetzes der großen Zahl" realisiert werden können, d.h. bei ausreichend kontinuierlicher Wiederholung vollkommen zufälliger, unter sich auch gleichartiger Ereignisse tauchen Regelmäßigkeiten auf bzw. hat man es mit Zahlenverhältnissen zu tun, welche mit wachsender Anzahl der kontinuierlichen Wiederholung eine Näherung an eine gleichmäßige Verteilung garantieren.

---

1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 269; Faure, R., Einige Gedanken ..., a.a.O., S. 55/56.

2) Vgl. dazu Productivity, Measurement, Review, Nr. 22/23, O.E.E.C. Paris 1960, S. 44/45; ferner Flaskämper, P., Allgemeine Statistik, 2. Auflg., Hamburg 1953, S. 26.

Unter der Voraussetzung eines allgemeinen, nicht mathematischen Lösungsweges, der Eliminierung einer Wahrscheinlichkeitsberechnung und der Nichtbeachtung des GALTONschen Brettes kommt man nun zu dem gleichen Ergebnis, wenn man die Zufallsentscheidungen einem Würfel überläßt. Mit dieser Annahme trifft man auch den Grundgedanken der Monte-Carlo-Methode.

Z.B.: Ein Sechsflächenwürfel mit den "Augenzahlen" 1 bis 6 wird verwandt; man ordnet z. B. die "Augen" 1, 3 und 5 zu "rechts" und 2, 4 und 6 zu "links". Werden nun nahezu viele Würfe getan, dann zeitigt die Entscheidung "rechts" mit 1, 3 und 5 bzw. "links" mit 2, 4 und 6 mit der gleichen Wahrscheinlichkeit 0,5 zu 0,5 des Zufalls die o.a. Ergebnisse des GALTONschen Brettes. [1)]

Analog dem dekadischen Zahlensystem überträgt man nun diese Würfelmethode auf ein regelmäßig zehnseitig kantiges Prisma, auf dessen Seiten die Ziffern 0 bis 9 stehen. [2)] Es ist jedoch klar, daß diese Methode, in dieser Art und Weise ausgeführt, außerordentlich umständlich ist, da erst die "große Zahl" von Zufallsentscheidungen zu dem gesuchten Ergebnis führt. Um nun die Genauigkeit der Lösungen noch zu steigern, ist es notwendig, die Anzahl der Einzelentscheidungen quadratisch zu erhöhen. [3)]

Das langwierige Würfeln ersetzt man durch eine stochastische Zahlentafel, die, je nach Größe, $n \to \infty$ "zufällig" verteilte Ziffern enthält und die jeweils benötigten Zufallserscheinungen abgegriffen werden kön-

---

1) Vgl. Kayser, K.H., Die AWF-Zufallswürfel, in: Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung, H.3/1960, S. 134 ff.

2) Schneeweis, H., Zur Theorie der Warteschlangen, in: ZfhF, 12. Jg., H. 8/1960, S. 501.

3) Vgl. Howard, L.J., How Many of a Group of Random Numbers will be Usable in Selecting a Particular Sample?, Americ.Statist.Assn., Journal 54/1959, S. 285/102/122

nen. [1] Es können somit Fragestellungen jeder Art, sofern sie sich in Wahrscheinlichkeitsprobleme umformen lassen, der Monte-Carlo-Methode zugänglich gemacht werden. Aufgrund der Zahlentafelgröße ($n \longrightarrow \infty$) ist es vorteilhaft, Probleme dieser Art den datenverarbeitenden Maschinen anzuvertrauen. [2] Auf Warteschlangenbildungen bezogen, kann die Monte-Carlo-Methode direkt auf Probleme angewendet werden, die bei einer Anzahl der Abfertigungsstellen $k \geq 1 \longrightarrow \infty$ und der Zufallsankünfte von Personen oder Sachen (random numbers of objects or customers in queuing) [3] $n \geq 1 \longrightarrow \infty$ mit variablen Zeitabständen auftreten. Diese Methode der Lösung von Wartezeitproblemen hat in der Praxis nur einen Nachteil:

Die Ermittlung der Daten für den Input ist aufgrund der variablen Aktions- und Erwartungsparameter sehr kompliziert, die Errechnungszeit sehr groß und in vielen Fällen sogar unmöglich, besonders dann, wenn die Kombinationen verschiedener quantitativ zu findenden Werte verschiedenen Parametern angehören. Dieses Hindernis ist eine direkte Folge der Tatsache, daß diese Methode bevorzugt Einzelinformationen benötigt als in der analytisch mathematischen Methode notwendig bzw. praktisch verwendbar sind.

Trotz dieses Nachteils hat die Monte-Carlo-Methode den größten praktischen Nutzen. Dieser wird noch erhöht, wenn die zu positiven Ergebnissen führenden Daten

---

1) Vgl. Churchman, C W., a a.O , S. 174 ff.

2) Vgl. Schneeweis, H., a.a.O., S. 501, "...Sehr viel schneller können elektronische Rechenautomaten Zufallszahlen erzeugen; ... "

3) Vgl. Philip M. Morse, Operations Research, Vol. 3, 1955, S. 255 ff.; National Bureau of Standards, "Monte Carlo Method", Applied Mathematics Series, 12 (June 11, 1951).

der erforderlichen Parameter durch verhältnismäßig schnelle Berechnungen mit Hilfe von Elektronenrechnern zur Verfügung stehen. [1]

Als Fazit gilt: Schwierige Modelle, die mit den üblichen Mitteln der mathematischen Analysis nicht ausgewertet werden können, müssen in numerische Modelle übertragen und mit Elektronenrechnern ausgetestet werden. [2] Es soll nun versucht werden, eine Anwendung dieser interessanten Monte-Carlo-Methode zu erklären. Dabei sollen Situationen erkannt werden, bei welchen diese Methode auch ökonomisch und technisch von Nutzen ist.

322 Simulation eines Ein-Kanal-Modells mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode

Als Voraussetzungen gelten hier analog dem analytischen Ein-Kanal-Modell, [3] daß die Intensität λ kleiner 1 sein muß. Bei 1 Abfertigungsstelle ($k = 1$) bedeutet diese Begrenzung ($\lambda < 1$), daß die Warteschlange nicht gegen unendlich tendiert, sondern mit Sicherheit eine endliche Durchschnittslänge hat.

3221 Problemstellung

Aus der Fülle der sich zur Berechnung und Darstellung anbietenden praktischen Fälle soll ein bestimmter ausgewählt werden, nämlich die Problematik der Störungs-

---

1) Vgl. Ruiz - Pala, E., und Avila, K., Einige Anwendungen der Warteschlangentheorie auf dem Gebiet der Produktion, in: ZfB, 34. Jg., Nr. 3, 1964, S. 172 ff.

2) Vgl. auch dazu Böhm, H.H., Operationen - Forschung, Berlin 1961, S. 44.

3) Vgl. hierzu S. 33/59 dieser Arbeit.

beseitigung bei zufallsbedingten Gestängebruch bzw. Bohrmeißelverlust eines Bohrbetriebes mit zehn Bohrstellen und begrenzter Reparaturleistung in der Form von nur einem Reparaturteam. [1]

Man wird bestrebt sein, die Bohrleistungen pro Tiefeneinheit, Bohrstelle und Bohrstellenpersonal, d.h. also kapazitätsmäßig betrachtet, optimal zu erbringen und das Ersatzteillager und Reparaturpersonal zahlenmäßig in der Größe zu unterhalten, daß die Gewähr besteht, jede Bohrung genügend zu warten und Bohrausfälle in kürzester Zeit unter Aufwendung minimaler Kosten zu beseitigen. Die weisungsbefugten Stabsstellen bzw. die Unternehmensleitungen selbst stehen nun vor der Frage, welche Entscheidungen zu treffen sind, um die Größe des Ersatzteillagers, des Reparaturpersonals und die personalmäßige Auslastung pro Bohrstelle zu bestimmen. [2]

Würden die o.a. Bohrungen nicht unter Zeitdruck, technischen Voraussetzungen etc. stehen, so könnten die o.a. Probleme auf dem Wege der "Versuchs-Irrtums-Methode" zeitunabhängig in der Form eines Experiments ausgetestet werden. Es läßt sich jedoch leicht nachweisen, daß es einen erheblichen Aufwand verursacht, den normalen Prozeßablauf in dieser Weise zu stören.

Die o.a. Forderungen besagen, daß Stauungen bzw. Leerläufe vermieden werden müssen.

---

1) Analog der Voraussetzung von $k = 1$ nach dem Ein-Kanal-Modell.

2) Vgl. dazu auch Sandeman, P., Departement of Operational Research and Cybernetics, United Steel Companies, Sheffield/England 19 0; J. of Op. Res. Soc. of Am., Vol. 9, Nr. 4, 1961, S. 446 ff.; Khintchine, A., Über die mittlere Dauer des Stillstandes von Maschinen, in: Matem.Sbornik, Moskau 1933, Bd. 40, S. 119 ff.

Stauungen können nun hervorgerufen werden durch Ballungen im Input, d.h. übermäßige Ausfälle von Bohrungen durch Störungen im Bohrprozeß, unkontrollierte und planlose Zuweisungen von Ersatzteilen und Reparaturpersonal etc.; Leerläufe ergeben sich invers analog den Stauungen aufgrund des Fehlens von Ersatzteilen, Nichtausnutzung der Bohrkapazität, erhöhte Anzahl des Personals etc. . Es handelt sich folglich um echte Wartezeit- bzw. Schlangenbildungsprozesse.

Der Vorteil der Monte-Carlo-Methode liegt nun darin, daß mit ihrer Anwendung keine Störung des Prozeßablaufs in der Form von praktischen Experimenten eintritt und trotzdem eine mit ziemlicher Sicherheit gegebene Aussagekraft der Lösung o.a. Probleme erzielt werden kann.

3222 Problemlösung

32221 Simulation der Zwischenausfall- und Reparatur- bzw. Abfertigungszeiten

322211 Simulationsvorbereitung

a) Ermittlung der Störungseintrittsquote λ

Es wird zunächst aufgrund seismographischer, geophysikalischer und geologischer Untersuchungen mit mehr oder minder großer Sicherheit festgestellt, auf welche Erdformationen die Bohrungen treffen werden, um somit die Bohrmeißelart etc. zu bestimmen. Diese Entscheidungen wirken sich vor allem auf die Lagerung der Stückzahl von Ersatzteilen im Ersatzteillager aus. Treten nun Bohrmeißel bzw. Gestängebrüche trotz positiver Beurteilung der o.a. Voruntersuchungen zufällig ein, so sind

diese stochastischen Ausfälle poisson-verteilt. [1] Es soll angenommen werden, daß bei 10 Bohrstellen im Durchschnitt 2 Bohrungen pro 3-Schichten-Betrieb [2] eine Störung erfahren. Somit erhält man eine Störungseintrittsquote [3] von

$$\lambda = \frac{2}{24} = 0{,}083 \ .$$

b) Ermittlung der Störungsbeseitigungsquote μ

Die für die Störungsbeseitigung zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte sind in einer Reparaturkolonne zusammengefaßt [4], die innerhalb des 3-Schichten-Betriebes durchschnittlich Störungen an drei Bohrstellen beseitigen können. [5]

---

1) Vgl. S. 30 ff. dieser Arbeit.

2) Die Bohrungen sollen kontinuierlich über 3 Schichten zu je 8 Arbeitsstunden innerhalb von 24 Stunden gefahren werden.

3) Die Höhe der durchschnittlichen Störungsanfälle mit zwei ist fiktiv gesetzt und dient deshalb nur der modellmäßigen Berechnung, was für die Praxis keine Schwierigkeiten bedeuten sollte, effektive Werte zu finden und zu verwenden.

4) Die Anzahl der zu einer Reparaturkolonne gehörenden Arbeitskräfte ist hier nicht Gegenstand der Berechnung, da dafür von Fall zu Fall Spezialkräfte benötigt werden und eine Reparaturkolonne optimal zusammengesetzt wird. Wichtig ist für den o.a. Modellfall nur, daß es sich um eine Output-Stelle ($k = 1$) nach der Ein-Kanal-Methode handelt.

5) Selbstverständlich wird je nach Anforderung und Beachtung der Arbeitszeitgesetzgebung ein Wechsel des Personals von Schicht zu Schicht vorgenommen.

Das bedeutet, daß die durchschnittliche Störungsbeseitigungsquote

$$\mu = \frac{3}{24} = 0{,}125$$

beträgt.

c) Ermittlung des Intensitätsquotienten $\varkappa$

Mit der Ermittlung von λ und μ kann auf den Quotienten $\varkappa$ geschlossen werden, der in der Gegenüberstellung von Durchschnittsreparaturanfall zu Durchschnittsreparaturausführung in der gleichen Zeiteinheit lautet:

$$\varkappa = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0{,}083}{0{,}125} = 0{,}664 \quad \text{Erlang.}^{1)}$$

322212 Simulationsdurchführung

Mit Berechnung der Zwischenausfallszeit t_a beginnt bereits die Anwendung der Simulationstechnik in der Form der Monte-Carlo-Methode, die auf der Basis der Zufallszahlen beruht. Die Zufallszahlen werden einer Tabelle [2)] entnommen und eine Zufallsfolge der Zwischenausfallzeiten t_a auf der Basis eines POISSON-Prozesses simuliert.

a) Simulation der Zwischenausfallzeiten t_a

Die durchschnittliche Zwischenausfallzeit $\bar{t}_a$ zwischen

---

1) Vgl. S. 29 ff. dieser Arbeit.

2) Vgl. The Rand-Corporation, A Million Random Digits, Glencoe/USA 1955; ferner Peck, L.G., and Hazelwood, R.N., Finite Queuing Tables, New York 1958.

zwei beliebigen - aber aufeinander folgenden Störungszeitpunkten - beträgt: [1]

$$\bar{t}_a = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0{,}083} = 12{,}05 \quad ,$$

d.h. zwischen zwei aufeinander folgenden Störungen liegt durchschnittlich eine Zeitspanne von 12,05 $\approx$ 12 Stunden.

Es werden Zufallszahlen x_i zwischen 0 und 10 genommen nach

$$e^{-\lambda t_{ai}} = \frac{x_i}{10} = P(t) \; .$$

Damit erhält man für t_{ai} die Gleichung: [2]

$$(53) \quad t_{ai} = \frac{-1}{\lambda} \left[\ln 10 \log x_j - \ln 10 \right];$$

$$= \frac{-1}{\lambda} \left[M \log x_j - M \right] \quad .$$

---

1) Vgl. S. 29/42 dieser Arbeit.

2) ln x = (1 / log e) log x; für e = 2,7183 und log e = 0,4343; ln 10 = (1 / 0,43429) = 2,30258 = 2,303; vgl. hierzu Duschek, A., Höhere Mathematik, 1. Bd., 2. Aufl., Wien 1956, S. 178 ff. (Umrechnung auf dekadische Logarithmen);
vgl. ferner Galliher, H.P., Simulation of random numbers, Notes on Operations Research, M.I.T., Cambridge 1959 und Marshall, A.W., Rand Corporation, P-531 vom 3.6.54, St. Monica, Calif., USA.

Vgl. Saaty, T.L., Resume of useful formulas in queuing theory, in: Journ. of Op. Res. Soc. of Am., Vol. 5, 1957, S. 161 ff.; die t_a-Werte folgen der Dichtefunktion

$$f(t_a) = \lambda e^{-\lambda t} \; .$$

Für ln 10 kann der Modul = M gesetzt werden.

Die 1. Simulation für t_a mit der Zufallszahl $x_1 = 0{,}9$ ergibt:

$$t_{a1} = -12{,}05 \left[\frac{1}{0{,}4343} \log 0{,}9 - \frac{1}{0{,}4343} \right]$$

$$= -12{,}05 \left[2{,}303\,(0{,}9542 - 1) - 2{,}303 \right]$$

$$= -27{,}75 \left[0{,}9542 - 1 \right] + 27{,}75$$

$$= +1{,}27 + 27{,}75$$

$$= +29{,}02 \quad .$$

Die 2. Simulation für t_a mit der Zufallszahl $x_2 = 5{,}4$ ergibt:

$$t_{a2} = -12{,}05 \left[\frac{1}{0{,}4343} \log 5{,}4 - \frac{1}{0{,}4343} \right]$$

$$= -12{,}05 \left[2{,}303 \cdot 0{,}7324 - 2{,}303 \right]$$

$$= -12{,}05 \left[1{,}6867 - 2{,}303 \right]$$

$$= +7{,}43 \quad .$$

Die Simulationen Nr. 3 bis 10 für t_a werden in der gleichen Art und Weise durchgeführt. Die Ergebnisse werden mit denjenigen von t_b in Tab. 1 zusammengefaßt dargestellt. [1)]

---

1) Siehe Tab. 1 auf S. 124 dieser Arbeit.

b) Simulation der Reparaturzeiten t_b

Es wird jetzt mit weiteren Zufallszahlen x_j eine Zufallsfolge der Reparaturzeiten t_b simuliert. Die durchschnittliche Reparaturzeit $\bar{t}_b$ folgt aus: [1]

$$\bar{t}_b = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0{,}125} = 8 \quad ,$$

d.h. in ca. 8 Stunden hat das Reparaturteam die anfallenden Störungen beseitigt.

Für $\bar{t}_b = 8$ folgt unter Verwendung des "logarithmus naturalis" (analog t_a) nach der i-ten Simulation: [2]

$$(54)\quad t_{bi} = -\frac{1}{\mu}\left[\ln 10 \cdot \log x_j - \ln 10\right]$$

$$t_{bi} = -\frac{1}{\mu}\left[M \cdot \log x_j - M\right]$$

Die 1. Simulation für t_b mit der Zufallszahl $x_1 = 4{,}2$ ergibt:

$$t_{b1} = -8\left[2{,}303 \cdot 0{,}6232 - 2{,}303\right]$$

$$= -8\left[1{,}435 - 2{,}303\right]$$

$$= +6{,}94 \quad .$$

Die 2. Simulation für t_b mit der Zufallszahl $x_2 = 0{,}2$ ergibt:

---

1) t_b mit der Dichtefunktion $f(t_b) = \mu e^{-\mu t}$; vgl. auch Saaty, T.L., Resume ..., a.a.O., S. 161 ff.

2) Auch für t_b sollen zunächst - analog t_a - 10 Simulationen durchgeführt werden.

$$t_{b2} = - 8 \left[2{,}303 \cdot \log 0{,}2 - 2{,}303\right]$$

$$= - 8 \left[2{,}303\ (0{,}3010 - 1) - 2{,}303\right]$$

$$= - 8 \left[0{,}693 - 2{,}303 - 2{,}303\right]$$

$$= + 31{,}30 \quad .$$

Die Simulationen Nr. 3 bis 10 für t_b erfolgen analog (für b = 1, 2) und können ebenfalls in Tab. 1 nachgelesen werden.

Tab. 1

Simulation S_i	Zufallszahlen x_j	simulierte Zwischenausfallszeiten t_a	Zufallszahlen x_j	simulierte Reparaturzeiten t_b
1	0,9	29,02	4,2	6,94
2	5,4	7,43	0,2	31,30
3	7,3	3,78	2,6	10,78
4	2,0	19,40	9,0	0,84
5	2,5	16,71	8,9	0,94
6	4,8	8,84	2,5	11,09
7	3,3	13,86	5,3	5,08
8	0,5	30,10	2,9	9,90
9	9,6	0,49	6,9	2,97
10	9,2	1,29	3,9	7,55

32222 Berechnung der Gesamtausfallszeiten t_B (als Intervall zwischen den Störungseintrittszeitpunkten T_a und den Störungsbeseitigungszeitpunkten T_b)

322221 Grundlagen

Die auf der Basis der Monte-Carlo-Simulation gefundenen Werte für t_a und t_b können nun zur schrittweisen Ermittlung der Bohrausfallzeiten t_B verwendet werden. [1)]

a) Abgrenzung der Wartezeiten von auf Reparaturbeginn wartenden störungsbehafteten Bohrstellen

Zwei Möglichkeiten müssen zunächst untersucht werden, die analytisch und numerisch von Bedeutung sind:

1. Eine Bohrstelle meldet eine Störung. Das Reparaturteam kann sofort mit der Störungsbeseitigung beginnen, da keine andere Störung an den übrigen Bohrstellen eingetreten ist. Das bedeutet, daß die Wartezeit $t_{w(y)}$ auf Störungsbeseitigung der ausgefallenen Bohrstelle gleich Null ist.

2. Eine Bohrstelle meldet eine Störung. Das Reparaturteam kann jedoch diese Störung nicht sofort beseitigen, da eine oder mehrere andere Bohrstellen erst wieder bohrbereit gemacht werden müssen. In diesem Fall kann die Wartezeit $t_{w(y)}$ d.auf Störungsbeseitigung zwangsläufig wartenden Bohrstelle durch die Beziehung:

   (Wartezeit + Reparaturzeit - Zwischenausfallzeit) > Null
   ausgedrückt werden.

Ist $t_{w(y)}$ die Wartezeit für die y -te Störung,
$t_{b(y)}$ die Reparaturzeit für die y -te Störung und
$t_{a(y)}$ die Zwischenausfallzeit nach der y -ten Störung,

so läßt sich die 2. Möglichkeit auch ausdrücken durch:

$$0 < t_{w(y)} + t_{b(y)} - t_{a(y)} = t_{w(y+1)} \cdot$$

---

1) Die Bohrausfallzeit t_B setzt sich zusammen aus t_w = Wartezeit und t_b = Reparaturzeit.

Für die 1. Möglichkeit gilt analog:

$$0 \geq t_{w(\gamma)} + t_{b(\gamma)} - t_{a(\gamma)}$$

$$0 = t_{w(\gamma+1)}.$$

Diese beiden möglichen Fälle lassen sich zusammenfassen zu:

$$(55)\quad t_{w(\gamma+1)} = \max \left[t_{w(\gamma)} + t_{b(\gamma)} - t_{a(\gamma)}, \; 0 \right] \quad 1)$$

b) Fixierung der Störungseintrittszeitpunkte T_a und der Reparaturendzeitpunkte T_b

Hierfür werden

1. die Störungseintrittszeitpunkte mit T_a und
2. die Reparaturendzeitpunkte mit T_b

bezeichnet. Die Wartezeiten t_w beginnen bei der Bohrstelle y_2, entsprechend der Voraussetzung, daß die zuerst ausgefallene Bohrstelle y_1 sofort von dem Reparaturteam aufgesucht wird, um wieder betriebssicher gemacht zu werden.

Unter Verwendung der simulierten Zwischenausfallszeiten t_a und der Reparaturzeiten t_b erhält man die Störungseintrittszeitpunkte T_a, zu denen die y-te Bohrstelle ausfällt, nach der Gleichung:

$$(56)\quad T_{a(y)} = \sum_{j=1}^{j=y} t_{a(j)} \quad .$$

---

1) Vgl. dazu auch RKW-Auslandsdienst, a.a.O., S. 82; ferner Lindley, D.V., The Theory of Queues with a Single Server, Proc. Cambridge Phil.Soc., Bd. 42, Teil 2, 1952; ferner Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 273.

Die Reparaturendzeitpunkte bzw. Störungsbeseitigungszeitpunkte T_b, zu denen die y-te Bohrstelle wieder in Betrieb genommen werden kann, werden durch die Gleichung

$$(57)\quad T_{b(y)} = \max \left[T_{a(y)} \, , \; T_{b(y-1)} \right] + t_{b(y)}$$

ermittelt.

Die beiden in eckiger Klammer stehenden Zeitpunktbeziehungen $T_{a(y)}$ und $T_{b(y-1)}$ unterliegen hierbei der "Größer-Kleiner-als-Abhängigkeit", also

$$T_{a(y)} \gtrless T_{b(y-1)} \quad ,$$

die eine Berechnung der Zeitpunkte $T_{b(y)}$ erlauben, wenn

$$T_{a(y)} \geqq T_{b(y-1)} \quad \text{ist} \quad ,$$

nach

$$(58)\quad T_{b(y)} = T_{a(y)} + t_{b(y)} \quad ,$$

und wenn

$$T_{a(y)} \leqq T_{b(y-1)} \quad \text{ist} \quad ,$$

nach

$$(59)\quad T_{b(y)} = T_{b(y-1)} + t_{b(y)} \quad .$$

c) Ermittlung der Störungseintrittszeitpunkte T_a mit Hilfe der simulierten Zwischenausfallszeiten t_a

Nach Gleichung (56) [1] werden die Zeitpunkte $T_{a(y)}$ unter Verwendung der simulierten Zwischenausfallszeiten t_a errechnet, wobei diese Zeiten t_a aus dem 1. Tableau[2]

---

1) Vgl. S. 126 dieser Arbeit.
2) Vgl. S. 124 dieser Arbeit.

in das 2. Tableau eingehen.

Laut Gleichung

$$(56) \qquad T_{a(y)} = \sum_{j=1}^{j=y} t_{a(j)}$$

folgt für die zuerst ausgefallene Bohrstelle $T_{a(1)} = 0$. Hierbei muß nicht unbedingt beispielsweise eine mit der Bezeichnung "Bohrstelle 1" geführte Bohrung ausfallen, sondern es wird die zuerst gestörte Bohrstelle mit der zwecks besserer Übersicht in der Berechnung fiktiven Bezeichnung "Bohrstelle 1" bedacht.

Für die an 2. Stelle ausgefallene Bohrung wird aus dem 1. Tableau [1] die Zwischenausfallszeit $t_a = 29{,}09$ zu dem soeben festgestellten Zeitpunkt $T_{a(1)} = 0$ addiert, so daß für den Zeitpunkt $T_{a(2)}$ der 2. ausgefallenen Bohrung gilt:

$$T_{a(1)} + t_{a(1)} = T_{a(2)} \quad ,$$

$$0 + 29{,}02 = 29{,}02 \quad ;$$

Für die an 3. Stelle ausgefallene Bohrung gilt:

$$T_{a(2)} + t_{a(2)} = T_{a(3)} \quad ,$$

$$29{,}02 + 7{,}43 = 36{,}45 \quad ;$$

In dieser Weise werden die restlichen Bohrstellen erfaßt und die Zeitpunkte $T_{a(y)}$ in dem folgenden 2. Tableau wiedergegeben:

---

1) Vgl. S. 124 dieser Arbeit.

Tab. 2

gestörte Bohrstellen	simulierte Zwischenausfallszeiten t_a aus Tab. 1	Störungseintrittszeitpunkte $T_{a(y)}$
1.	29,02	0
2.	7,43	29,02
3.	3,78	36,45
4.	19,40	40,23
5.	16,71	59,63
6.	8,84	76,34
7.	13,86	85,18
8.	36,10	99,04
9.	0,49	135,14
10.	1,29	135,63
		(136,92)

d) Ermittlung der Reparaturendzeitpunkte T_b mit Hilfe der simulierten Reparaturzeitintervalle t_b

Nach Gleichung (57) [1] wird zunächst untersucht, ob

$$T_{a(y)} \lesseqgtr T_{b(y-1)} \quad \text{ist.}$$

Bei Störungseintrittszeitpunkt $T_{a(1)} = 0$ ergibt sich für den Reparaturendzeitpunkt $T_{b(1)}$ nach $T_{b(y-1)} = 0$ mit Hilfe der Gleichung (58) und/oder (59) :

$$T_{b(1)} = 0 + t_{b(1)} = 0 + 6{,}94 = 6{,}94 \ .$$

1) Vgl. S. 127 dieser Arbeit.

Für den Reparaturendzeitpunkt $T_{b(2)}$ erhält man nach Prüfung des Störungseintrittszeitpunktes $T_{a(2)} = 29,02$ mit den Gleichungen (58) und/oder (59) :

$$(T_{a(2)} = 29,02) > (T_{b(1)} = 6,94) \quad ,$$

$$T_{b(2)} = T_{a(2)} + t_{b(2)} \quad ,$$

$$T_{b(2)} = 29,02 + 31,30 = 60,32 \quad .$$

Die Berechnung von $T_{b(y)}$ erfolgt somit nach jeweiliger Prüfung von $T_{a(y)}$, ob

I. $T_{a(y)} > T_{b(y-1)}$ oder

II. $T_{a(y)} < T_{b(y-1)}$ ist.

Ob nun Voraussetzung I oder II gilt, wird in dem Berechnungsgang erläutert und in Tab. 3 ausgewiesen.

Analog der Berechnung für $T_{b(1)}$ und $T_{b(2)}$ werden nun die Reparaturendzeitpunkte $T_{b(3)}$, ...,(10) ermittelt, so daß sich in Tab. 3 folgende Werte ergeben:

Tab. 3

störungsfreie Bohrstellen	mit Störungseintrittszeitpunkt $T_{a(y)}$	bei simulierten Reparaturzeiten t_b	nach Reparaturendzeitpunkt $T_{b(y)}$	berechnet nach I oder II
1.	0	6,94	6,94	I
2.	29,02	31,30	60,32	I
3.	36,45	10,78	71,10	II
4.	40,23	0,84	71,94	II
5.	59,63	0,94	72,88	II
6.	76,34	11,09	87,43	I
7.	85,18	5,08	92,51	II
8.	99,04	9,90	108,94	I
9.	135,14	2,97	138,11	I
10.	135,63	7,55	145,66	II

322222 Ermittlung der Gesamtausfallszeiten t_B durch Vergleich der Störungseintrittszeitpunkte T_a mit den Reparaturendzeitpunkten T_b

Aus dem 3. Tableau lassen sich durch Differenzbildungen die kumulativen Bohrausfallzeiten t_B ermitteln. Hierzu wird ein 4. Tableau die Übersicht geben:

Tab. 4

Bohrstellen -	Reparaturendzeitpunkte $T_{b(y)}$		Störungseintrittszeitpunkte $T_{a(y)}$	=	Ausfallszeiten t_B
1.	6,94	-	0	=	6,94
2.	60,32	-	29,02	=	31,30
3.	71,10	-	36,45	=	34,65
4.	71,94	-	40,23	=	31,71
5.	72,88	-	59,63	=	13,25
6.	87,43	-	76,34	=	11,09
7.	92,51	-	85,18	=	7,33
8.	108,94	-	99,04	=	9,90
9.	138,11	-	135,14	=	2,97
10.	145,66	-	135,63	=	10,03
				Σ =	159,17

Aus Tab. 4 ist zu entnehmen, daß aus der Addition der Bohrausfallzeiten im Durchschnitt

$$\frac{159,17}{10} = 15,917 \approx 16$$

Stunden Totzeit bei einer durchschnittlichen Reparaturzeit $\bar{t}_b$ von 8 Stunden und einer durchschnittlichen Zwischenausfallzeit $\bar{t}_a$ von 12 Stunden eintreten. Damit wird gesagt, daß in der Zeit der Störungsbeseitigung an einer der 10 Bohrstellen eine zweite Bohrstelle von dem Zeitpunkt $T_{a(y)}$ des Störungseintritts bis zu dem Zeitpunkt $T_{b(y)}$ der Störungsbeseitigung durchschnittlich 16 Stunden außer Betrieb ist.

32223 Berechnung von Wartezeiten t_w von Einheiten vor den Abfertigungsstellen, d.h. zwischen den Störungseintrittszeitpunkten T_a und den Reparaturbeginnzeitpunkten T_r

Die Bohrausfallszeiten t_B umfassen

1. die Wartezeiten t_w der auf Störungsbeseitigung wartenden Bohrstellen und
2. die Reparaturzeiten t_b .

Subtrahiert man nun die Reparaturzeiten t_b von den Bohrausfallszeiten t_B, dann ergeben sich die Wartezeiten t_w. Aus Tab. 4 werden die t_B-Werte und aus Tab. 3 die t_b-Werte entnommen. Die Ergebnisse für t_w lauten nach dem 5. Tableau:

Tab. 5

Bohrstellen	t_B	–	t_b	=	t_w
1.	6,94	-	6,94	=	0
2.	31,30	-	31,30	=	0
3.	34,65	-	10,78	=	23,87
4.	31,71	-	0,84	=	30,87
5.	13,25	-	0,94	=	12,31
6.	11,09	-	11,09	=	0
7.	7,33	-	5,08	=	2,25
8.	9,90	-	9,90	=	0
9.	2,97	-	2,97	=	0
10.	10,03	-	7,55	=	2,48
Σ	159,17	-	87,39	=	71,78

Aus Tab. 5 erhält man nach Addition

1. der Wartezeiten t_w: eine Durchschnittswartezeit von

$$\bar{t}_w = \frac{71,78}{10} = 7,178 \approx 7,2 \text{ Std.},$$

2. der Reparaturzeiten t_b: eine Durchschnittsreparaturzeit von

$$\bar{t}_b = \frac{87,39}{10} = 8,739 \approx 8,7 \text{ Std.} \quad \text{und}$$

3. der Bohrausfallzeiten t_B: eine Durchschnittstotzeit von

$$\bar{t}_B = \frac{159,17}{10} = 15,917 \approx 16 \text{ Std.}$$

Addiert man diese einzelnen in Tab. 5 errechneten Wartezeiten t_w jeweils zu den diesbezüglichen Störungseintrittspunkten T_a, so ergeben sich die Reparaturbeginnzeitpunkte T_r, was in Tab. 6 verfolgt werden kann:

Tab. 6

Bohrstellen	T_a	+	t_w	=	T_r
1.	0	+	0	=	0
2.	29,02	+	0	=	29,02
3.	36,45	+	23,87	=	60,32
4.	40,23	+	30,87	=	71,10
5.	59,63	+	12,31	=	71,94
6.	76,34	+	0	=	76,34
7.	85,18	+	2,25	=	87,43
8.	99,04	+	0	=	99,04
9.	135,14	+	0	=	135,14
10.	135,63	+	2,48	=	138,11

32224 Warteschlangenanalyse

Es soll nun die Aussagekraft der Monte-Carlo-Simulation in Bezug auf die Anzahl der auf Störungsbeseitigung wartenden und sich im Reparaturprozeß befindlichen Bohrstellen, d.h. die sogenannte Warteschlangenlänge, geprüft werden.

Dazu verwendet man die Daten der einzelnen T_a- und T_b-Zeitpunkte aus dem 4. Tableau.

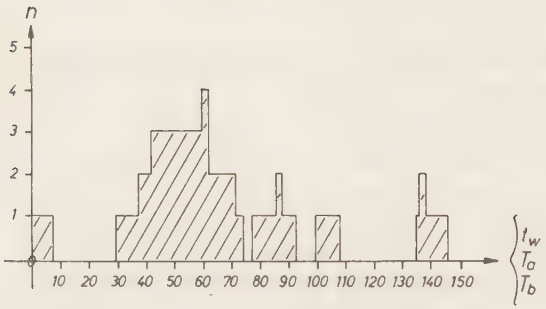
Die Anzahl der n ausgefallenen Bohrstellen läßt sich bereits anschaulich darstellen, wenn die $T_{a(y)}$ - und $T_{b(y)}$ - Werte aus Tab. 4 der Größe nach geordnet werden.

Die jeweiligen $T_{a(y)}$-Werte aus dem 4. Tableau geben an, daß jeweils 1 Bohrstelle ausfällt. Die $T_{b(y)}$-Werte aus dem 4. Tableau weisen die zu den $T_{b(y)}$-Zeitpunkten wieder einsatzbereiten Bohrstellen aus. Somit läßt sich in einem 7. Tableau die Entwicklung der Warteschlange darstellen:

Tab. 7

	$T_{a,\,b}$	n
T_a	0	1
T_b	6,94	0
T_a	29,02	1
T_a	36,45	2
T_a	40,23	3
T_a	59,63	4
T_b	60,32	3
T_b	71,10	2
T_b	71,94	1
T_b	72,88	0
T_a	76,34	1
T_a	85,18	2
T_b	87,43	1
T_b	92,51	0
T_a	99,04	1
T_b	108,94	0
T_a	135,14	1
T_a	135,63	2
T_b	138,11	1
T_b	145,66	0

Eine graphische Darstellung gibt zusätzlich Auskunft über die Ausfallszeiten t_B und die Anzahl n der Bohrstellen, die außer Betrieb sind:



Aus Tab. 7 werden nun die Störungseintrittszeitpunkte $T_{a(y)}$ mit ihren Anzahlen n der ausgefallenen Bohrstellen herausgenommen, so daß sich aus Tab. 8 ein Durchschnittswert $\bar{n}$ für die ausgefallenen Bohrstellen in folgender Höhe ergibt:

Tab. 8

T_a	n
0,00	1
29,02	1
36,45	2
40,23	3
59,63	4
76,34	1
85,18	2
99,04	1
135,14	1
135,63	2

$$\frac{1}{\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} n\,dt \qquad \Sigma\, {}^{n}/_{10} = 18/10 = \underline{\underline{1,8}}$$

Das besagt, daß sich in der sogenannten Warteschlange im Durchschnitt $\bar{n} \approx 2$ gestörte Bohrstellen befinden.

Diese Darstellung [1] der bereinigten Warteschlange mit zunehmender und abnehmender Reihenfolge aufgrund der Störungseintritts- und Störungsbeseitigungszeitpunkte T_a und T_b in Tab. 7 und Fig. 14, sowie die Warteschlangenwerte in Tab. 8, die nur aufgrund der Störungseintrittszeitpunkte $T_{a(y)}$ eliminiert worden sind, zeigen das "Gepräge einer Stepping-Counter-Berechnung". [2]

32225 Leerzeitenanalyse

Wie aus Tab. 7 zu entnehmen ist, tritt im Zeitpunkt $T_a = 0$ eine Störung in einer Bohrstelle ein. Zum Zeitpunkt $T_b = 6{,}94$ ist die Störung behoben. Die nächste Störung erfolgt erst zum Zeitpunkt $T_a = 29{,}02$, so daß das Reparaturteam eine Leerzeit von einem Zeitintervall von 29,02 - 6,94 = 22,08 Stunden hat. Werden die übrigen Zeitpunkte $T_{a,\,b}$ in derselben Weise untersucht, so folgt, daß die in einem neuen Tableau erfaßten Leerzeiten t_L des Reparaturteams eintreten bei T_b bzw. aufhören zu T_a:

Tab. 9

T_b	t_L	T_a
6,94	22,08	29,02
72,88	3,46	76,34
92,51	6,53	99,04
108,94	26,20	135,14

1) Vgl. S.135/136 dieser Arbeit.

2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 273/4. Diese Art einer Warteschlangenanalyse ist nach sorgfältiger Prüfung des Schrifttums bisher nur von Angermann durchgeführt worden. Die Begriffsdefinition der "Stepping-Counter-Methode" ist ebenfalls auf Angermann zurückzuführen.

3223 Zusammenfassung und kritische Betrachtung der Simulationsergebnisse

Im Rahmen der "kritischen Betrachtung der Simulation" [1] wurde die Frage gestellt, weshalb bei Eingabe konstanter Daten eine Simulation überhaupt durchgeführt wird, da unter dem Postulat von $n \rightarrow \infty$ vielen Versuchen der konstante Wert approximativ wieder erreicht werden würde. Die Erkenntnis, die die Monte-Carlo-Simulation liefert, liegt, um diese o.a. Frage zu beantworten, nicht in der Bildung von Summenwerten mit deren sich anschließender Durchschnittsermittlung, sondern in der dynamischen Betrachtung der Entwicklungsreihen bzw. der - speziell ausgedrückt - Warteschlangenvariation, der Wartezeit- und Leer- bzw. Totzeitveränderung und - last not least - der Tatsache, daß mit diesem analytischen Experiment ein theoretisches Modell der Praxis dargestellt wird, wozu in der Praxis selbst unter dem Postulat der Wirtschaftlichkeit und Zeitbegrenzung kein Raum ist.

Dem eigentlichen Ziel der Simulation, die Warteschlange darzustellen und abzugrenzen, kann auch mit Hilfe eines Zeitplanes entsprochen werden, in dem die Daten für

1. Störungseintrittszeitpunkte $T_{a(y)}$ aus Tab. 2, 3, 4, 6, 7 und 8,
2. Zwischenausfallszeiten t_a aus Tab. 1 und 2,
3. Wartezeiten t_w aus Tab. 5 und 6,
4. Reparaturbeginnzeitpunkte $T_{r(y)}$ aus Tab. 6,
5. Reparaturzeiten t_b aus Tab. 1, 3 und 5,
6. Warteschlangenlänge n aus Tab. 7 und 8,
7. Reparaturendzeitpunkte $T_{b(y)}$ aus Tab. 3, 4, 7 und 8 und
8. Leerzeiten t_L aus Tab. 9,

zusammengefaßt in Fig. 15 , wiedergegeben werden können:

---

1) Vgl. S. 104 ff. dieser Arbeit.

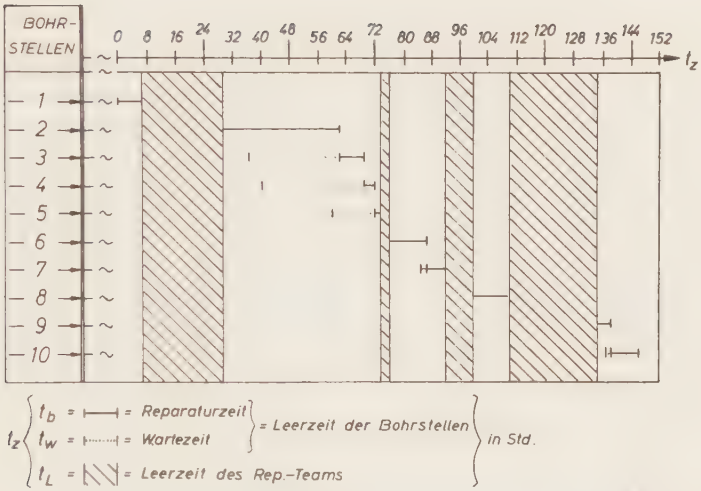


Abb. 15

Diese Darstellung ist unter der Bezeichnung "Gantt-Diagramm" bekanntgeworden. Eine eingehende Erläuterung bleibt dem nächsten Abschnitt vorbehalten.

323 Gantt-Diagramme als Darstellungsmittel der Monte-Carlo-Methode

3231 Erläuterung der Gantt-Diagramme

Zur besseren Übersicht der Monte-Carlo-Simulation soll in dem nächsten Modell mit Gantt-Diagrammen bzw. -Karten gearbeitet werden, die nach dem amerikanischen Ingenieur HENRY LAWRENCE GANTT (1861 - 1919) benannt wurden. [1] GANTT hat diese Diagramme in ihrer spezifischen Form entwickelt und ihre Anwendbarkeit vor allem bei Betriebsanalysen (z.B. Maschinenkontrollen, Zeitplänen für Produktionsabläufe etc.) erprobt. Diese Diagramme vereinigen in sich größere Anzahlen von Stabdiagrammen, die in einem besonderen Netz bzw. in einer speziellen Matrix eingezeichnet sind.

Ein horizontal begrenzter Raum, der für die Einzeichnung der Erfüllungskontrolle in Stäbchenform vorgesehen ist, wird zunächst in der bekannten Weise in Zeiteinheiten unterteilt (am besten soviel, wie dem gesamten zu überblickenden Planzeitraum entspricht - z.B. 1 Jahr, unterteilt nach Monaten; 1 Monat, unterteilt nach Wochen bzw. Tagen; etc.).

Hierbei kann jede "Großzeiteinheit" oder "Basiszeiteinheit" einem Wert von 100 % entsprechen - oder - man verwendet eindeutige Realwerte und keine Prozentsätze.

Der Aussagewert des Gantt-Diagramms wird dadurch nicht geschmälert sondern nur aus verschiedenen Richtungen betrachtet.

---

1) Vgl. Moore, F.G., Production Control, New York - Toronto - London 1959, S. 483 ff.

3232 Kritik an der Gantt-Karten-Wiedergabe

a) Vorzüge der Gantt-Karten-Verwendung

Ein Vorzug der Gantt-Karten liegt nun darin, daß man nicht nur die Erfüllung - z. B. bei Soll-Ist-Vergleichen- der betreffenden Zeiteinheit, sondern auch die Erfüllung in dem bisher abgelaufenen Planzeitraum kumulativ überschauen und erfassen kann.
Diese kumulative Reihe wird in Form eines dicken Stäbchens unter dem nur für den betreffenden Zeitraum berechneten Stabdiagramm eingezeichnet. Durch eine Markierung an der oberen Zeitskala kann erkenntlich gemacht werden, bis zu welchem Zeitpunkt das Diagramm ergänzt wird.

Es läßt sich also auf einen Blick erkennen:

1) Zu wieviel % bzw. bis zu wieviel Einheiten (DM, m, kg, Stck., etc.) der betreffende Plan in den einzelnen Unterzeitabschnitten erfüllt worden ist,

2) wieweit das insgesamt gesetzte Soll bzw. Ziel im ganzen erreicht wurde und welche Unterzeitabschnitte im einzelnen mengenmäßig zur Erfüllung beigetragen haben.

Der eigentliche Zweck der Gantt-Karten besteht darin, möglichst viele Vorgänge der verschiedenen Größenordnungen vergleichbar und untereinander kenntlich zu machen. Wie ein Aufsichtsführender am Instrumentenbrett in der Zentrale eines Kraftwerkes oder in der Zentrale einer Raketenbasis vermag der für die Planung verantwortlich Zeichnende auf diese einfache Weise eine mehr oder minder große Zahl von Vorgängen gleichzeitig zu überwachen.

So ist d. z B. in der theoretischen und angewandten Physik nicht wegzudenkende "Oszillograph" nichts anderes

als ein sogenanntes dynamisches Gantt-Karten-Bild, das auf einer Mattscheibe in sehr schnellem Wechsel über das Koordinatenkreuz - im Gantt-Schema - "fließt".

Die Gantt-Diagramme haben offensichtlich große Vorzüge:

1) Sie sind einfach aufzustellen, sowie, wenn einmal ihr Grundprinzip klar erkannt ist, leicht zu lesen und leicht zu erklären.

2) Sie können im Schwarz-Weiß- und im Buntverfahren gezeichnet und laufend mühelos ergänzt werden.

3) Sie sammeln außerordentlich viele Informationen auf einem Blatt, d.h. sie ermöglichen also eine schnellere und klarere Übersicht als etwa Zahlentafeln.

b) Nachteile der Gantt-Karten-Verwendung

Zwei Mängel haften der einfachen Gantt-Darstellung zwar an:

1) Sie gibt in der bisher beschriebenen Form die Entwicklung von %-Zahlen in vorteilhafter und in realen Zahlen oftmals nur in begrenzter Weise wieder;

2) Sie ist zunächst "blind", d.h. sie läßt nicht erkennen, auf welche Ursachen die mangelnde Planerfüllung beispielsweise im einzelnen zurückzuführen ist. Das bedeutet, daß sie nicht die Ursachen der Rückstände oder der Übererfüllung der Pläne erkennen läßt, was im Grunde genommen für jede graphische Darstellung gilt.

3233 Zusammenfassung

Jedes Gantt-Bild vermag deshalb nur eine sachlich begrenzte Information zu vermitteln. Hierbei kann aber

mit Hilfe von zusätzlichen Bezeichnungen oder Variationen der Strichstärke Abhilfe geschaffen werden.
Bei z. B. der Kontrolle des Beschäftigungsgrades der einzelnen Maschinenaggregate kann von Zeitabschnitt zu Zeitabschnitt vermerkt werden, aus welchen Gründen die einzelnen Aggregate ausfallen bzw. nicht genügend ausgenutzt werden.

So können z. B.

H = Ausfall an Hilfskräften,
M = Materialmangel,
A = Auftragsmangel,
W = Wartezeiten, etc.

bedeuten.

Außerdem können durch Unterbrechung der Striche die o.a. Wartezeiten kenntlich gemacht werden; ergänzt man auf diese Weise die Gantt-Diagramme erstens durch Eintragung der betreffenden Daten und Vorfälle und zweitens durch Hinweise auf die beispielsweise o.a. Engpässe, so dürften sie ein wertvolles Instrument für die Verbesserung der laufenden Plankontrollen darstellen.

324 Simulation eines Mehr-Kanal-Modells mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode unter Verwendung von Gantt-Karten

Würde in der vorangehenden Simulation des Ein-Kanal-Modells der Intensitätsfaktor $\varkappa$ größer als 1 sein, so tendiert die Warteschlange incl. Wartezeiten etc. bei nur 1 Abfertigungsstelle ($\varkappa = 1$) gegen unendlich.

Dieses Unendlichkeitsproblem würde sofort eine endliche Lösung finden, wenn trotz $\varkappa > 1$ die Anzahl der Abfertigungsstellen größer als 1 gesetzt wird, also $k > 1$. Diese Lösung des Problems kommt in dem Mehr-Kanal-Modell zur Sprache. [1)]

3241 Problemstellung an Hand eines Beispiels aus der Maschinenindustrie

Es soll folgende Situation mit folgenden Daten bestehen:

Ein Betrieb arbeitet mit 10 Maschinen (z.B. Drehbänken), deren Störungen bzw. Ausfälle und die dafür aufzuwendenden Reparaturzeiten aufgrund des Erfahrungszeitraumes einer Häufigkeitsverteilung unterliegen, die über drei Maschinenlaufzeit-Intervalle von jeweils acht Stunden und die in diesen Intervallen eintretenden Störungen (in Prozentsätzen ausgedrückt) dominiert. Aus dem o.a. Erfahrungszeitraum ist aufgrund statistischer Unterlagen zu ersehen, daß ca. 30 % des Maschinenparks eine 8-, ca. 50 % eine 16- und ca. 20 % eine 24-stündige Laufzeit haben. Dieser Aufteilung werden die Zufallszahlen 1 - 99 zugeordnet (Tab. 1).

Tab. 1

Maschinenlaufzeit	8 Std.	16 Std.	24 Std.
Prozentsatz der laufenden Maschinen	30	50	20
Zufallszahlen	0-29	30-79	80-99

An Hand eines Schaubildes kann die o.a. Häufigkeitsverteilung dargestellt werden:

---

1) Vgl. hierzu auch S. 67 ff. und S. 82 ff. dieser Arbeit.

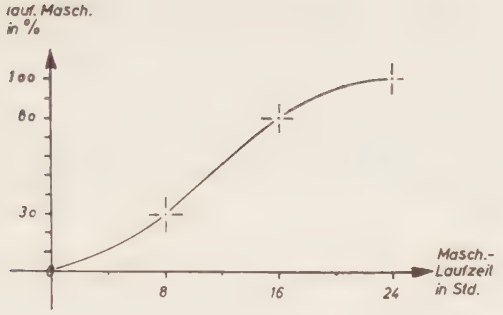


Fig. 16

Die Reparaturzeiten können ebenfalls einer statistischen Übersicht entnommen werden. Es bestehen folgende Ausgangswerte:

20 % des Maschinenparks unterliegen einer 4-stündigen,
40 % einer 8-stündigen, 30 % einer 12-stündigen und
10 % einer 16-stündigen Reparaturzeit.

Das folgende Tableau 2 gibt eine kurzgefaßte Übersicht:

Tab. 2

Reparaturzeit	4 Std.	8 Std.	12 Std.	16 Std.
%-Satz der reparaturbedürftigen Maschinen	20	40	30	10
Zufallszahlen	0-19	20-59	60-89	90-99

Die Zufallszahlen 1 bis 99 werden auch hier gemäß der Prozentsatz-Intervalle verteilt. Die Kurve für die

Häufigkeits-Verteilung für die Reparaturzeiten nimmt folgenden Verlauf:

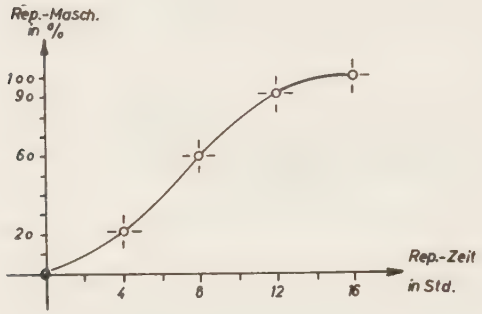


Fig. 17

Das den Abfertigungskanal darstellende Reparaturteam soll aus mehreren Facharbeitern bestehen, die einen gleichen Ausbildungsstand (gleiche Qualifikation) besitzen und jeder derselben jede Maschine reparieren kann. Damit wird gesagt, daß eine Gruppenarbeit (Teamwork) zur Reparatur von einer Maschine nicht erforderlich ist, d.h., $\mu > 1$.

Die ausgefallenen Maschinen werden in der Reihenfolge, wie sie aus dem Produktionsprozeß ausfallen, repariert.

3242 Problemlösung unter Verwendung von Gantt-Karten

32421 Datensimulierung mit Hilfe von Zufallszahlen

In einer Arbeitstabelle (Tab. 3) werden in der 1. Zeile die Maschinenzahlen, in der 2. Zeile (unabhängig davon)

die Zufallszahlen und in der 3. Zeile die aus der ersten Arbeitstabelle resultierenden Maschinenlaufzeiten - in Abhängigkeit zu deren Zufallszahlen (aus Tab. 1) - abgetragen. Aus der Tafel der Zufallszahlen (0 - 99) [1] werden die ersten zehn Ziffernpaare entnommen und den in Zeile 1 eingetragenen Maschinenzahlen 1 bis 10 zugeordnet.

Der nächste Schritt führt zu dem Vergleich der 1. Zufallszahl - in diesem Fall ist es die 31 - mit dem Zufallszahlenintervall in Tabelle 1.

Wie ersichtlich, entspricht die 31 dem Zufallszahlenintervall "30 - 79" (in Tabelle 1) und somit einer 16-stündigen Maschinenlaufzeit. Dieser Wert (16) wird in Tabelle 3 in der 3. Zeile eingetragen, und für Maschine 1 resultiert eine 16-stündige Maschinenlaufzeit.

Für die 2. Maschine (in Tabelle 3, Zeile 1) wird die aus der Tafel der Zufallszahlen folgende Zufallszahl "16" verwendet.

Sie ist dem in Tabelle 1 aufgezeigten Zufallszahlenintervall "0 - 29" zuzuordnen und besagt, daß die 2. Maschine eine 8-stündige Maschinenlaufzeit hat. Die Zahl "8" wird in der 3. Zeile in Tab. 3 eingetragen.

In dieser Weise wird mit den folgenden Maschinenzahlen 3 bis 10 verfahren, und man bekommt somit eine Übersicht über den ersten Simulationsdurchgang (Tab. 3):

Tab. 3

1) Maschinenzahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2) Zufallszahl	31	16	49	70	33	89	27	94	61	19
3) Maschinenlaufzeit in Std.	16	8	16	16	16	24	8	24	16	8

1) Vgl. hierzu Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and E.L. Arnoff, a.a.O., S. 176.

Die bereits vorliegenden Tableaus 1 - 3 lassen sich nun in einem Totaltableau (4) zusammenfassen und erweitern. Eine Ausdehnung ist deshalb notwendig, weil sich die in Tab. 1 erfaßten Maschinenlaufzeiten nur auf drei Schichten, d.h. 24 Stunden erstrecken. - Hierbei ist es vorläufig bedeutungslos, ob diese drei Schichten in der gebräuchlichen Art der Praxis kontinuierliche Wechselschichten [1] (ohne Pause bzw. Nachtruhen) oder nur Tagesschichten [2] darstellen. -

---

1) Kontinuierliche Wechselschicht = Frühschicht 6 - 14 Uhr, Mittagsschicht von 14 - 22 Uhr, Nachtschicht von 22 - 6 Uhr;

2) Tagesschicht von 6 - 14 oder 8 - 16 Uhr.

Tableau 4

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
31	16	-	1	41	16	-	2
16	8	-	2	89	-	12	7
49	16	-	3	28	8	-	7
70	16	-	4	66	-	12	10
33	16	-	5	45	16	-	10
89	24	-	6	18	-	4	2
27	8	-	7	63	16	-	2
94	24	-	8	52	-	8	7
61	16	-	9	85	24	-	7
19	8	-	10	11	-	4	10
86	-	12	6	24	8	-	10
18	8	-	6	95	-	16	6
66	-	12	8	93	24	-	6
59	16	-	8	01	-	4	8
01	-	4	2	29	8	-	8
74	16	-	2	65	-	12	1
74	-	12	7	82	24	-	1
67	16	-	7	91	-	16	3
04	-	4	10	02	8	-	3
54	16	-	10	26	-	8	4
31	-	8	1	39	16	-	4
39	16	-	1	39	-	8	5
43	-	8	3	19	8	-	5
79	16	-	3	07	-	4	9
03	-	4	4	25	8	-	9
71	16	-	4	45	-	8	1
24	-	8	5	61	16	-	1
68	16	-	5	04	-	4	3
00	-	4	9	11	8	-	3
54	16	-	9	22	-	8	4
57	-	8	1	95	24	-	4
23	8	-	1	01	-	4	5
06	-	4	2	25	8	-	5
33	16	-	2	20	-	8	9
56	-	8	1	96	24	-	9
85	24	-	1	93	-	16	6
97	-	16	3	18	8	-	6
84	24	-	3	92	-	16	8
20	-	8	4	59	16	-	8
05	8	-	4	63	-	12	1
39	-	8	5	42	16	-	1
11	8	-	5	33	-	8	3
96	-	16	9	92	24	-	3
82	24	-	9	25	-	8	4
01	-	4	2	05	8	-	4

Tableau 4

- Fortsetzung -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
22	-	8	5	45	16	-	5
50	16	-	5	76	-	12	9
13	-	4	9	96	24	-	9
36	16	-	9	94	-	16	6
91	-	16	6	53	16	-	6
58	16	-	6	57	-	8	8
45	-	8	8	96	24	-	8
43	16	-	8	43	-	8	1
36	-	8	1	65	16	-	1
46	16	-	1	82	-	12	3
46	-	8	3	91	24	-	3
70	16	-	3	02	-	4	4
32	-	8	4	26	8	-	4
12	8	-	4	61	-	12	5
40	-	8	5	54	16	-	5
51	16	-	5	77	-	12	9
59	-	16	9	13	8	-	9
54	8	-	9	93	-	16	6
16	-	8	2	86	24	-	6
68	16	-	2	18	-	4	8
45	-	8	7	66	16	-	8
96	24	-	7	59	-	8	1
33	-	8	10	01	8	-	1
83	24	-	10	39	-	8	3
77	-	12	1	88	24	-	3
05	8	-	1	25	-	8	4
15	-	4	3	81	24	-	4
40	16	-	3	79	-	12	5
43	-	8	4	05	8	-	5
34	16	-	4	46	-	8	9
44	-	8	5	93	24	-	9
89	24	-	5	97	-	16	6
20	-	8	9	40	16	-	6
65	16	-	9	47	-	8	8
86	-	12	6	36	16	-	8
73	16	-	6	78	-	12	1
28	-	8	8	03	8	-	1
60	16	-	8	11	-	4	3
60	-	12	1	52	16	-	3
29	8	-	1	62	-	12	4
18	-	4	3	29	8	-	4
90	24	-	3	75	-	12	5
93	-	16	4	14	8	-	5
73	16	-	4	60	-	12	9
21	-	8	5	64	16	-	9

Tableau 4

- Fortsetzung -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
65	-	12	1	64	16	-	3
39	16	-	1	69	-	12	4
39	-	8	3	44	16	-	4
19	8	-	3	72	-	12	5
07	-	4	4	11	8	-	5
25	8	-	4	37	-	8	9
36	-	8	5	35	16	-	9
35	16	-	5	99	-	16	6
68	-	12	9	31	16	-	6
90	24	-	9	80	-	12	8
09	-	4	2	88	24	-	8
54	16	-	2	90	-	16	6
42	-	8	7	46	16	-	6
01	8	-	7	54	-	8	8
80	-	12	10	51	16	-	8
06	8	-	10	43	-	8	1
06	-	4	2	62	16	-	1
26	8	-	2	51	-	8	3
57	-	8	7	10	8	-	3
79	16	-	7	25	-	8	4
52	-	8	10	48	16	-	4
80	24	-	10	89	-	12	5
45	-	8	1	25	8	-	5
68	16	-	1	99	-	16	9
59	-	8	3	47	16	-	9
48	16	-	3	08	-	4	2
12	-	4	4	76	16	-	2
35	16	-	4	21	-	8	7
91	-	16	5	57	16	-	7
89	24	-	5	96	-	16	4
49	-	8	9	80	24	-	4
33	16	-	9	05	-	4	5
10	-	4	2	17	8	-	5
55	16	-	2	23	-	8	9
60	-	12	7	56	16	-	9
19	8	-	7	15	-	4	2
47	-	8	10	86	24	-	2
55	16	-	10	08	-	4	7
48	-	8	1	18	8	-	7
52	16	-	1	95	-	16	10
49	-	8	3	73	16	-	10
54	16	-	3	20	-	8	2
69	-	12	1	26	8	-	2
48	16	-	1	90	-	16	7
07	-	4	3	79	16	-	7

Tableau 4

- Fortsetzung -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
57	-	8	10	37	16	-	2
01	8	-	10	24	-	8	7
97	-	16	6	59	16	-	7
33	16	-	6	54	-	8	10
64	-	12	8	42	16	-	10
01	8	-	8	86	-	12	6
50	-	8	1	41	16	-	6
29	8	-	1	04	-	4	8
34	-	8	3	79	16	-	8
46	16	-	3	46	-	8	1
11	-	4	4	51	16	-	1
43	16	-	4	04	-	4	3
09	-	4	5	49	16	-	3
62	16	-	5	74	-	12	4
32	-	8	9	34	16	-	4
91	24	-	9	24	-	8	5
86	-	12	10	23	8	-	5
96	24	-	10	38	-	8	9
03	-	4	2	64	16	-	9
15	8	-	2	36	-	8	1
47	-	8	7	35	16	-	1
50	16	-	7	68	-	12	3
06	-	4	10	90	24	-	3
92	24	-	10	35	-	8	4
48	-	8	1	22	8	-	4
78	16	-	1	50	-	8	5
07	-	4	3	13	8	-	5
32	16	-	3	36	-	8	9
83	-	12	4	91	24	-	9
01	8	-	4	58	-	8	1
69	-	12	5	45	16	-	1
50	16	-	5	43	-	8	3
15	-	4	9	36	16	-	3
14	8	-	9	46	-	8	4
48	-	8	1	46	16	-	4
14	8	-	1	70	-	12	5
86	-	12	3	32	16	-	5
58	16	-	3	12	-	4	9
54	-	8	4	40	16	-	9
40	16	-	4	51	-	8	1
84	-	12	5	59	16	-	1
74	16	-	5	54	-	8	3
53	-	8	9	16	8	-	3
87	24	-	9	68	-	12	4
21	-	8	2	45	16	-	4

Tableau 4

- Fortsetzung -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
96	-	16	5	23	8	-	2
33	16	-	5	64	-	12	2
83	-	12	9	58	16	-	2
77	16	-	9	17	-	4	2
05	-	4	2	05	8	-	2
15	8	-	2	94	-	16	2
40	-	8	7	59	16	-	2
43	16	-	7	66	-	12	6
34	-	8	10	25	8	-	6
44	16	-	10	24	-	8	6
89	-	12	6	95	24	-	6
20	8	-	6	93	-	16	6
67	-	12	8	01	8	-	6
80	24	-	8	29	-	8	6
20	-	8	2	18	8	-	6
31	16	-	2	63	-	12	6
03	-	4	7	52	16	-	6
69	16	-	7	85	-	12	7
30	-	8	10	11	8	-	7
66	16	-	10	18	-	4	7
55	-	8	1	30	16	-	7
80	24	-	1	11	-	4	7
10	-	4	3	27	8	-	7
72	16	-	3	29	-	8	7
49	-	8	2	03	8	-	7
16	8	-	2	62	-	12	8
36	-	8	7	17	8	-	8
76	16	-	7	92	-	16	8
68	-	12	10	30	16	-	8
91	24	-	10	38	-	8	8
97	-	16	2	12	8	-	8
85	24	-	2	38	-	8	8
56	-	8	7	07	8	-	8
84	24	-	7	56	-	8	10
39	-	8	10	17	8	-	10
78	16	-	10	91	-	16	10
78	-	12	2	83	24	-	10
01	8	-	2	81	-	12	10
41	-	8	7	55	16	-	10
65	16	-	7	60	-	12	10
37	-	8	10	05	8	-	10
26	8	-	10	21	-	8	7
64	-	12	2	92	24	-	7
45	16	-	2	08	-	4	7
00	-	4	2	20	8	-	7

Tableau 4

- Fortsetzung -

1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
72	-	12	7
73	16	-	7
26	-	8	8
15	8	-	8
74	-	12	8
14	8	-	8
28	-	8	8
71	16	-	8
72	-	12	8
33	16	-	8
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

(Es wurden unter Zuhilfenahme von 500 Zufallszahlen 500 Simulationen durchgeführt und somit 250 "Input-Output-Paarungen", d.h. Lauf- und Reparaturzeitdaten durchgespielt.

Die Wechsel von Lauf- zu Reparaturzeiten wurden unmittelbar für jede Maschine ohne Unterbrechung - also kontinuierlich - vorgenommen.)

Um zu einer überzeugenden Aussage über Maschinenlaufzeiten, Maschinenstörungen, Wartezeiten, Reparaturzeiten und der daraus resultierenden Kosten zu gelangen, ist es notwendig, bei Anwendung der Monte-Carlo-Methode das 24-Std.-Intervall möglichst oftmals mit Hilfe der Simulationen zu wiederholen. Die Begründung liegt in der beweiskräftigen Aussagefähigkeit der möglichst starken Approximierung aufgrund des "Gesetzes der großen Zahlen". Damit soll gesagt werden, daß erst eine oftmalige Wiederholung des Simulationsvorganges nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu konkreten Ergebnissen führt. Obwohl diese nur approximativ erreicht werden, so kann der Schätz- bzw. Irrtumsfehler nach mehrmaligem "Durchspielen" mit Hilfe von Zufallszahlen minimiert werden. Die der Totaltabelle 4 zugrunde liegenden Zufallszahlen sind der RAND-Tafel [1] entnommen. Die Aufstellung der 4. Arbeitstabelle geschieht folgendermaßen:

In Spalte 4 werden zuerst die Maschinen kontinuierlich von 1 - 10 eingetragen. Aus Tabelle 3 können die Zufallszahlen und Maschinenlaufzeiten der zu den jeweils gehörenden Maschinenzahlen 1 - 10 übernommen werden. Die Reparaturzeiten werden der Spalte 3, die Laufzeiten der Spalte 2 und die Zufallszahlen der Spalte 1 zugeordnet.

In der Tab. 3 sind vorläufig nur die Maschinenlaufzeiten simuliert worden. Die aufgrund der Simulation erhaltenen Werte für die Maschinenlaufzeiten der Maschinen 1 bis 10 gelten in Tab. 4 als Ausgangsbasis für die nun zu berechnenden Reparatur- und die dazwischen liegenden weiteren Maschinenlaufzeiten.

---

1) The Rand-Corporation, A Mill. Random Digits, Glencoe 1955; diese Tafel ist auszugsweise in Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and E.L. Arnoff, a.a.O., S. 176 wiedergegeben und findet in dieser Simulation Verwendung.

Der Zufallszahlentafel wird die nächste Zufallszahl - hier 86 - entnommen und mit den Zufallsintervallen der 1. Tabelle verglichen. Das Intervall "80 - 99" umfaßt die neue Zufallszahl "86" und sagt aus, daß eine 24-stündige Laufzeit diesem Intervall zuzuordnen ist.

Ein Maschinenlaufzeit-Intervall in Höhe von 24 Stunden ist nach Tab. 3 für die Maschinen Nr. 6 und 8 in Ansatz zu bringen. Folglich wird in der Spalte 4 der 4. Tabelle in Zeile 11 diese Maschine mit Nummer 6 eingetragen.

Es interessiert nun zunächst die für Maschine 6 in Betracht kommende Reparaturzeit. Die für Maschine 6 gefundene Zufallszahl (86) wird mit dem Intervall der Zufallszahlen in Tab. 2 verglichen; man sieht, daß das Zufallszahlenintervall "60 - 89" den Wert 86 umfaßt. Diesem Intervall ist - wie Tab. 2 darlegt - eine Reparaturzeit von 12 Stunden zuzuordnen.

Um nun für diese Maschine die nach Durchführung der Reparatur entsprechende neue Maschinenlaufzeit zu ermitteln, wird die nächstfolgende Zufallszahl (18) in Tab. 4 mit derjenigen in Tab. 1 (0 - 29) verglichen. Es ergibt sich, daß der 12-stündigen Reparatur eine 8-stündige Maschinenlaufzeit für Maschine 6 folgt.

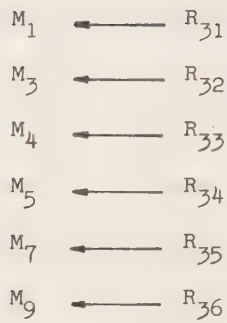
Ebenso wird mit Maschine 8 verfahren. Die hierzu in Frage kommende Zufallszahl ist 66; verglichen mit Tab. 2 (60 - 89), erhält man ebenfalls eine Reparaturzeit von 12 Std., der sich aufgrund der folgenden Zufallszahl (59) - mit denjenigen in Tab. 1 (30 - 79) in Beziehung gebracht - eine 16-stündige Laufzeit anschließt. In derselben Weise werden die folgenden Maschinenzahlen und Zufallswerte simuliert.

32422 Übertragung der Simulationswerte auf Gantt-Karten

Die in Tab. 4 gewonnenen Daten werden nun auf ein Gantt-Diagramm (Tab. 5) übertragen. Hierbei wird zunächst unterstellt, daß das Reparaturpersonal in beliebiger Anzahl zur Verfügung steht. Den Spalten werden die Arbeitsschichten mit den ihnen anhaftenden Maschinenlaufstunden und Reparaturzeiten zugeordnet. Die Maschinen 1 bis 10 werden zeilenweise abgetragen. Die Eintragungen können kontinuierlich aus Tab. 4 zuerst für Maschine 1, dann für Maschine 2, 3 etc. vorgenommen werden.

Man gelangt zu einer guten Übersicht über den Reparaturpersonaleinsatz, wenn den einzelnen Arbeitsschichten die für die ausgefallenen Maschinen entsprechenden Reparaturkräfte R_{ij} (i = 1., 2., 3. Schicht; j = 1, 2, 3, ..., n Reparaturarbeiter) zugewiesen werden.

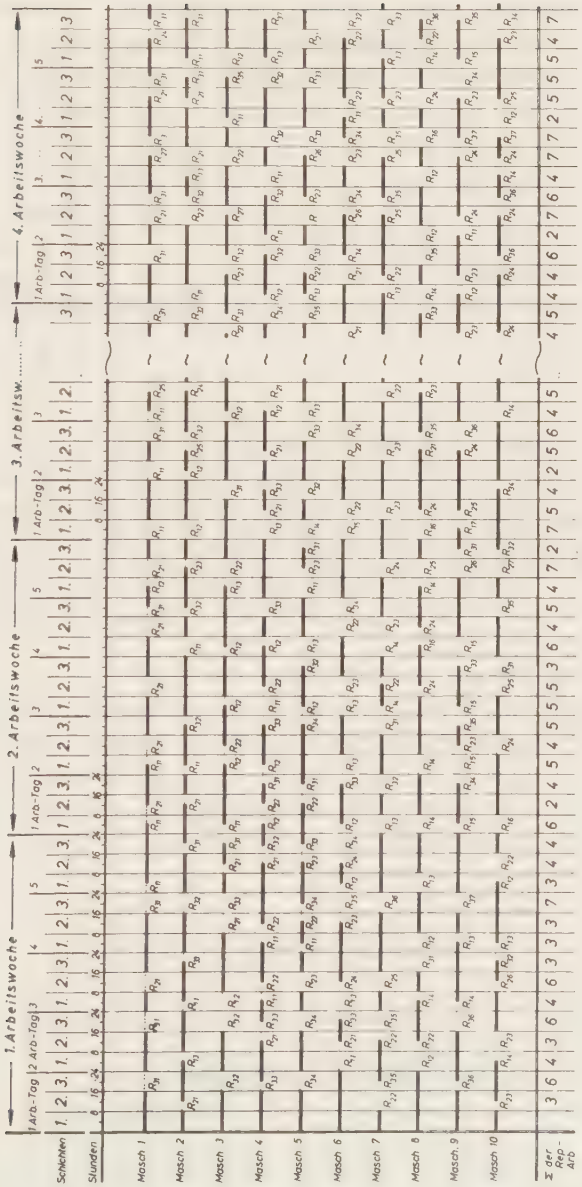
In der ersten Schicht treten keine Maschinenausfälle auf, da nach einer vorangehenden Maschinenüberholung im Rahmen der meistens am Wochenende (samstags oder sonntags) gefahrenen Reparaturschicht sämtliche Maschinen einen störungsfreien Produktionsanlauf zu Beginn der neuen Arbeitswoche garantieren. In der zweiten Schicht unterliegen die Maschinen 2 und 10 einer vierstündigen und die Maschine 7 einer zwölfstündigen Störung. Der Maschine 2 wird der Arbeiter R_{21}, der Maschine 7 der Arbeiter R_{22} und der Maschine 10 der Arbeiter R_{23} zugeordnet. In der dritten Schicht werden den ausgefallenen Maschinen folgende Arbeitskräfte zugewiesen:



Die Maschine M_7 benötigt eine über die normale Schichtzeit von 8 Stunden hinausgehende Reparaturzeit von 12 Stunden. Davon wurden bereits in der zweiten Schicht 8 Stunden von dem Arbeiter R_{22} für die Reparatur aufgewendet. Die restlichen 4 Stunden der Reparatur werden von dem Arbeiter R_{35} in der dritten Schicht bestritten.

Nach 16-stündiger Ruhezeit bei einem Arbeitstagintervall von 24 Std. nimmt das Reparaturpersonal der ersten Schicht seine Arbeit wieder auf. Der Arbeiter R_{11} beginnt mit der Reparatur an Maschine 6, R_{12} an M 8, R_{13} - nach 4-stündiger Laufzeit der M_2 - an M_2 und R_{14} ebenfalls erst - nach 4-stündiger Laufzeit von M_{10} - an M_{10}. Die in Paranthese gesetzten Zusätze besagen, daß die Arbeiter R_{13} und R_{14} jeweils eine 4-stündige Leerzeit zu verzeichnen haben. Diese jeweils 4 Std. lang nicht beschäftigten Reparaturkräfte können entweder andere Aufgaben im Produktionsablauf übertragen bekommen oder unterliegen ihrerseits einer Wartezeit (Leerzeit), die sich für das Kostenbild des Betriebes schädigend auswirken kann.

Tab. 5


1. Arbeitswoche
2. Arbeitswoche
3. Arbeitsw.
4. Arbeitswoche
1. Arb-Tag
2. Arb-Tag
3. Arb-Tag
Schichten
Stunden
Masch 1
Masch 2
Masch 3
Masch 4
Masch 5
Masch 6
Masch 7
Masch 8
Masch 9
Masch 10
Σ der Rep-Arb

Die zweite Schicht des zweiten Arbeitstages hat zuerst einen Ausfall von Maschine 6. Der Arbeiter R_{21} wird zu deren Reparatur herangezogen. Gleichzeitig sind die Maschinen M 8 und M 10 gestört. Die Arbeitskräfte R_{22} und R_{23} werden mit der Reparatur von M 8 und M 10 betraut. Nach 4-stündiger Laufzeit fallen die Maschine M 4 und M 9 aus. Da die Maschinen M 6 und M 8 bereits nach 4 Stunden (von Arbeitsbeginn an) in den Produktionsprozeß eingegliedert werden können, die Arbeitskräfte R_{21} und R_{22} dadurch frei werden, sö können diese beiden Arbeitskräfte sofort die Reparaturen von M 4 und M 9 übernehmen. Es entstehen dadurch keine Wartezeiten auf der Maschinen- und keine Leerzeiten auf der Reparaturpersonalseite.

Diese Reparaturpersonalzuordnung soll sich in diesem Modellfall über 4 Arbeitswochen erstrecken (5-Tage-Woche). Tab. 5 zeigt, daß die Anzahl der Reparaturkräfte zwischen 2 und 7 schwankt. Die Häufigkeit des Einsatzes der in den einzelnen Schichten benötigten Reparaturkräfte läßt sich an Hand des folgenden Schaubildes verfolgen (Fig. 17 a):

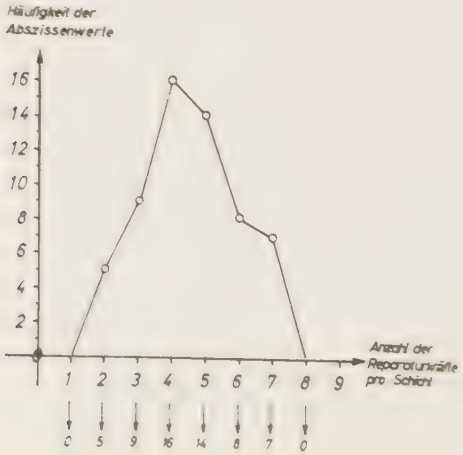


Fig. 17a

Aus dieser Häufigkeitsverteilung wird ersichtlich, daß von 60 verfahrenen Arbeitsschichten (vier 5-Tage-Arbeitswochen)

5	Schichten	mit 2	Reparaturkräften,	
9	"	3	"	,
16	"	4	"	,
14	"	5	"	,
8	"	6	"	und
7	"	7	"	

beschickt werden müssen.

Die Unternehmensleitung steht nun vor der Entscheidung, ob 4 oder 5 Arbeitskräfte - nach der Häufigkeitsverteilung 16 bzw. 14 mal vertreten - den Anforderungen eines optimalen Maschinen- und Reparaturpersonaleinsatzes genügen. Bei Einsatz von zwei und drei Kräften werden extrem hohe Wartezeiten auf der Seite der ausgefallenen Maschinen, d.h. der auf Reparatur wartenden Maschinen, eintreten.

Zieht man 6, 7 und mehr Arbeiter pro Schicht heran, so entstehen auf seiten des Reparaturpersonals Leerzeiten, die dem Bestreben des Betriebes nach optimaler Wirtschaftlichkeit konträr laufen. Folglich wäre zu untersuchen, welche Warte- und Leerzeiten bei vier bzw. fünf Reparaturkräften pro Schicht zu erwarten sind.

32423 Auswertung der Gantt-Diagramme

a) Begrenzung der Service-Quote

aa) ... durch Reparaturzuweisungen an vier Arbeitskräfte

Es wird zunächst ein zweites Gantt-Diagramm für vier

Reparaturkräfte pro Schicht aufgestellt (Tab. 6). Hierbei werden die gleichen Maschinen-, Lauf- und Reparaturzeiten wie in Tab. 5 verwendet. Die Beschränkung auf nur vier Reparaturkräfte pro Schicht wird eine Phasenverschiebung mit der Auswirkung von Warte- und Leerzeiten hervorrufen.

Dieser Simulation von Maschinenlauf- und Reparaturzeiten werden ebenfalls die Prämissen vorangestellt, daß

1. ein kontinuierlicher Produktionsablauf,
2. ein Drei-Schichten-System pro Arbeitstag und
3. die Fünf-Tage-Arbeitswoche - ohne Reparaturschicht am 6. Wochentag (Samstag) -

besteht.

Tab. 6

1. Arbeitswoche
2. Arbeitswoche
3. Arbeitsw...
4. Arbeitswoche
Schichten
Stunden
Masch. 1
Masch. 2
Masch. 3
Masch. 4
Masch. 5
Masch. 6
Masch. 7
Masch. 8
Masch. 9
Masch. 10
beschäft. Arbeiter
Arbeitsbedarf
Arbeiter

Tab. 6 zeigt, daß in der Zeitspanne von einem Monat (4 Fünf-Tage-Arbeitswochen) an nur sieben (verschiedenen) Tagen und Arbeitsschichten jeweils eine Arbeitskraft keine Reparaturen auszuführen hat. Wie vorausgesetzt, werden jeder der drei Arbeitsschichten im 24-Stunden-Intervall vier Reparaturkräfte zugeteilt, die nach Berechnungen in Tab. 6 innerhalb des Vier-Wochen-Intervalls eine 88,4 %ige Beanspruchung durch anfallende Reparaturen zu verzeichnen haben. Die Wartezeit der Maschinen dagegen ist, wie Tab. 6 zeigt, an verschiedenen Tagen bzw. Schichten so groß, daß - wie z. B. in der zweiten Schicht des dritten Arbeitstages der ersten Arbeitswoche - der Produktion nur 6 von 10 Maschinen zur Verfügung stehen. Die ähnliche Situation ist in der dritten und vierten Arbeitswoche anzutreffen.

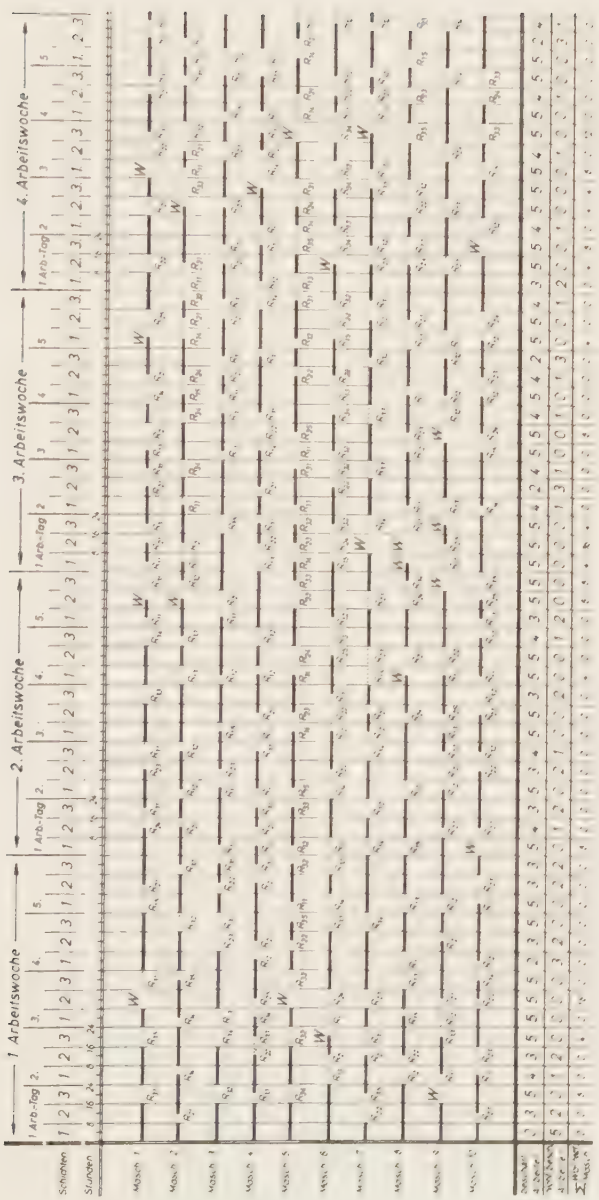
Es wird deshalb ein neues Gantt-Diagramm aufgestellt, um die Wartezeitsituationen der reparaturbedürftigen Maschinen bei Maschinenwartung durch 5 Reparaturkräfte verfolgen zu können (Tab. 7).

ab) ... durch Reparaturzuweisungen an fünf Arbeitskräfte

Von Tab. 5 ausgehend werden wiederum in der oberen Zeile die Arbeitsschichten, - Tage bzw. -Wochen abgetragen. Die folgenden Zeilen gelten den Maschinenzahlen 1 bis 10.

Die aus Tab. 6 zu ersehende Tatsache einer extrem minimalen Arbeitskraft-Leerlaufquote wirkt verblüffend. Werden jedoch die Maschinenwartezeiten dazu in Beziehung gesetzt, so ergeben sich Probleme, die durch Erhöhung der Anzahl des Reparaturpersonals gelöst werden können.

Tab. 7



Die Erhöhung des Personals von 4 auf 5 Kräfte (in Tab. 7) läßt eine Zunahme der Leerzeiten auf der Personalseite und eine Abnahme der Wartezeiten auf der Maschinenseite erkennen.

b) Gegenüberstellung der Servicequotenbeschränkung

Ein sachwirtschaftlicher Vergleich von Personaleinsatz und Maschinenausnutzung zwischen 4 und 5 Reparaturkräften bei 10 Maschinen ergibt folgende Gegenüberstellung:

	4 Reparaturkräfte			5 Reparaturkräfte		
	beschäftigte Arbeiter	nicht beschäftigte Arbeiter	Wartezeit der Maschinen in Stunden	beschäftigte Arbeiter	nicht beschäftigte Arbeiter	Wartezeit der Maschinen in Stunden
1. Arbeitswoche	54	6	88	55	20	28
2. Arbeitswoche	58	2	96	64	11	28
3. Arbeitswoche	58	2	156	64	11	36
4. Arbeitswoche	59	1	88	66	9	40
Σ	229	11	428	249	51	132
Ø pro Arbeitswoche	$229/4 \approx 57$	$11/4 = 2,75$	$428/4 = 107$	$249/4 \approx 62$	$51/4 \approx 13$	$132/4 = 33$
Ø pro Schicht	$57/15 = 3,8$	$2,75/15 = 0,18$	$107/15 = 7,1$	$62/15 = 4,13 \approx 4$	$13/15 = 0,86$	$33/15 = 2,2$

Die Gegenüberstellung der Daten für 4 bzw. 5 Reparaturkräfte zeigt, daß mit jeweiligem Beginn der 2., 3., 4., ..., (n-1)., n-ten Schicht die reparaturbedürftigen Maschinen eine kontinuierliche vollständige Kapazitätsausnutzung verhindern. Das besagt, daß bei 4 Reparaturkräften eine Wartezeit von durchschnittlich 7,1 Stunden pro 8-Stunden-Schicht für die Maschinen anfällt. Wird angenommen, daß die eingangs definierten 10 Maschinen gleicher Struktur sind und gleiche Arbeitsprogramme haben, so kann bei

$$10 \cdot 8 = 80 = 100 \ \%$$
$$7{,}1 = 8{,}875 \ \%$$

von einer Maschinenwartezeit-Quote von 8,875 % gesprochen werden.

Bei 5 Reparaturkräften vermindert sich diese Quote bereits auf 2,75 %.

Dieser Verringerung der Wartezeiten steht die erhöhte Anzahl nichtbeschäftigter Reparaturkräfte gegenüber.

Die Auswertung zeigt ferner eine durchschnittliche Auslastung des Reparaturpersonals bei maximalem Einsatz von 4 Arbeitskräften von $3{,}8 \approx 4$ und bei maximalem Einsatz von 5 Arbeitskräften von $4{,}13 \approx 4$. Es kann bei Einsatz von 4 Arbeitskräften hierbei von einer effektiv maximalen Auslastung gesprochen werden, während diese bei Einsatz von 5 Arbeitskräften nicht erreicht wird.

Um nun zu einem optimalen Einsatz zu gelangen, müssen die zu der Reparaturkraftauslastung diametral stehenden Maschinen-Wartezeiten beachtet werden. Eine Erhöhung des Reparaturpersonals von 5 auf 6 und mehr Reparatur-

kräfte würde wohl zu einer vollständigen Beseitigung von Wartezeiten der zur Reparatur anstehenden Maschinen führen, die Leerzeiten des Reparaturpersonals aber in unwirtschaftlicher Weise forcieren, so daß von einem wirtschaftlichen Einsatz des Personals und dem gewünschten produktiven Output dann nicht mehr die Rede sein kann.

c) Kostenvergleiche mit Hilfe von Gantt-Diagrammen

ca) Voraussetzungen

1) Bestimmung der Mengeneinheiten

Die Praxis geht hierbei folgenden Weg: Bei nahezu traditioneller 6-Tage-Arbeitswoche wird der Sonntag als "Reparaturtag" verwendet. Der neuen 5-Tage-Arbeitswoche steht der arbeitsfreie Samstag zur Verfügung. Von einem Reparaturteam werden deshalb samstags Reparaturschichten gefahren, die den restlosen Einsatz sämtlicher Maschinen bei Anfahren der ersten Schicht am Wochenbeginn garantieren.

Das Monte-Carlo-Modell soll nun mit Hilfe des Gantt-Verfahrens in dieser Weise erweitert werden, und man beginnt nach jeweils fünf Arbeitstagen bzw. 15 "8-Std.-Schichten" mit neuen Zufallszahlen (Tab. 11). Es wird wiederum die prozentuale Zuordnung von Erfahrungswerten für die Maschinenlaufzeiten benutzt, nämlich:

Tab. 8

Maschinenlaufzeit:	8 Std.	16 Std.	24 Std.
%-Satz der laufenden Maschinen:	30	50	20
Zufallszahlen:	0 - 29	30 - 79	80 - 99

Die Reparaturzeiten [1] werden ebenfalls - wie in Tab. 1- in vier Intervalle unterteilt, den auf Erfahrungssätzen beruhenden %-Sätzen zugeordnet und auf das Intervall der Zufallszahlen von 0 - 99 bezogen:

Tab. 9

Reparaturzeit:	4 Std.	8 Std.	12 Std.	16 Std.
%-Satz der reparaturbedürftigen Maschinen:	20	40	30	10
Zufallszahlen:	0 - 19	20 - 59	60 - 89	90 - 99

In dem folgenden Tableau werden in
Zeile 1) die Maschinenzahlen, in
Zeile 2) die Zufallszahlen (von 0 - 99) [2] und in
Zeile 3) die aus dem Tableau "8"
resultierenden Maschinenlaufzeiten abgetragen.

Tab. 10

1) Maschinenzahl	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2) Zufallszahlen	16	29	97	86	21	92	36	62	86	93
3) Maschinenlaufzeit in Stunden	8	8	24	24	8	24	16	16	24	24

In der hierfür Aufschluß gebenden Tab. 11 werden die Arbeitsintervalle simuliert. Nach Abschluß der 5-Tage-Woche wird eine Reparaturschicht eingelegt, die, nach jeweiligen Reparaturerfordernissen, von einer oder mehreren Reparaturkolonnen befahren werden muß. Die Simulationen werden in Tab. 11 zusammengestellt und nach je-

1) Vgl. S. 144 ff. dieser Arbeit.

2) Vgl. Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and E.L. Arnoff, a.a.O., S. 176.

weiligem Arbeitswochenabschluß darüber entschieden (Tab. 12), welcher Personaleinsatz aufgrund der vorliegenden Maschinenausfälle notwendig ist.

Tableau 11

- für eine Arbeitswoche -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
16	8	-	1	17	8	-	4
29	8	-	2	23	-	8	6
97	24	-	3	56	16	-	6
86	24	-	4	15	-	4	9
21	8	-	5	86	24	-	9
92	24	-	6	08	-	4	10
36	16	-	7	18	8	-	10
62	16	-	8	95	-	16	3
86	24	-	9	73	16	-	3
93	24	-	10	20	-	8	4
09	-	4	1	26	8	-	4
54	16	-	1	90	-	16	6
42	-	8	2	79	16	-	6
01	8	-	2	57	-	8	9
80	-	12	5	01	8	-	9
06	8	-	5	97	-	16	10
06	-	4	1	33	16	-	10
26	8	-	1	64	-	12	7
57	-	8	2	01	8	-	7
79	16	-	2	50	-	8	8
52	-	8	5	29	8	-	8
80	24	-	5	34	-	8	7
45	-	8	7	46	16	-	7
68	16	-	7	11	-	4	8
59	-	8	8	43	16	-	8
48	16	-	8	09	-	4	1
12	-	4	1	62	16	-	1
35	16	-	1	32	-	8	2
91	-	16	2	91	24	-	2
89	24	-	2	69	-	12	5
49	-	8	5	48	16	-	5
33	16	-	5	07	-	4	1
10	-	4	1	64	16	-	1
55	16	-	1	69	-	12	2
60	-	12	2	44	16	-	2
19	8	-	2	72	-	12	5
47	-	8	5	11	8	-	5
55	16	-	5	37	-	8	7
48	-	8	7	35	16	-	7
52	16	-	7	99	-	16	8
49	-	8	8	31	16	-	8
54	16	-	8	80	-	12	3
96	-	16	3	88	24	-	3
80	24	-	3	90	-	16	4
05	-	4	4	46	16	-	4

Tableau 11

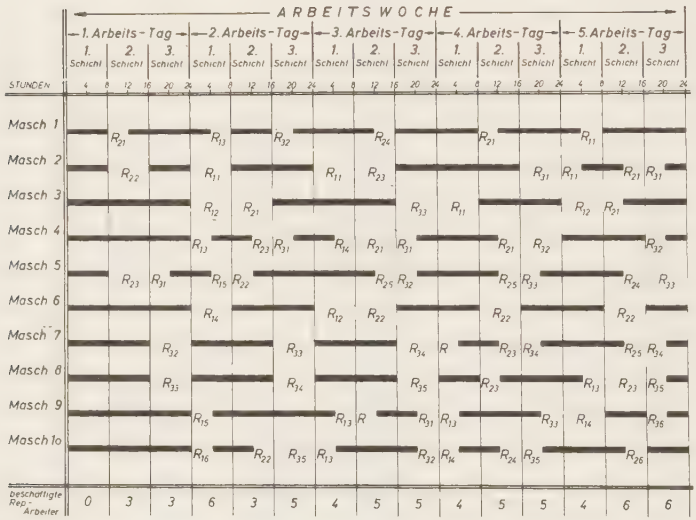
- für eine Arbeitswoche -

- Fortsetzung -

1	2	3	4	1	2	3	4
Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.	Zuf. Zahl	Lauf-Zeit	Rep. Zeit	Masch.
54	-	8	6	37	16	-	1
51	16	-	6	93	-	16	2
43	-	8	9	04	8	-	2
62	16	-	9	52	-	8	5
51	-	8	10	85	24	-	5
10	8	-	10	62	-	12	7
25	-	8	1	83	24	-	7
48	16	-	1	24	-	8	8
89	-	12	2	76	16	-	8
25	8	-	2	53	-	8	7
99	-	16	5	83	24	-	7
47	16	-	5	52	-	8	8
08	-	4	1	02	8	-	8
76	16	-	1	14	-	4	1
21	-	8	2	14	8	-	1
57	16	-	2	49	-	8	2
77	-	12	5	19	8	-	2
54	16	-	5	48	-	8	5
96	-	16	3	62	16	-	5
02	8	-	3	94	-	16	3
73	-	12	4	33	16	-	3
76	16	-	4	05	-	4	4
56	-	8	6	53	16	-	4
98	24	-	6	29	-	8	6
68	-	12	9	70	16	-	6
05	8	-	9	17	-	4	9
45	-	8	10	05	8	-	9
45	16	-	10	02	-	4	10
19	-	4	1	35	16	-	10

Die simulierten Daten werden aus Tab. 11 übernommen und auf das Gantt-Diagramm in Tab. 12 übertragen. Die letzte Zeile in Tab. 12 zeigt, daß die simulierten Maschinenausfälle in einer Arbeitswoche minimal "3" und maximal "6" Arbeitskräfte binden.

Tab. 12



Der maximale Einsatz der Maschinen in der ersten Schicht des 1. Arbeitstages ist auf die Gegebenheit des 100 %igen Maschineneinsatzes zurückzuführen, der durch die am produktionsfreien Samstag verfahrenen Reparaturschichten ermöglicht worden ist. Das Reparaturpersonal steht in dieser 1. Schicht der Betriebsführung für anderweitige Aufgaben zur Verfügung.

Andererseits kann auch das Reparaturpersonal der 1. Schicht auf die geringste Anzahl vermindert werden, so daß

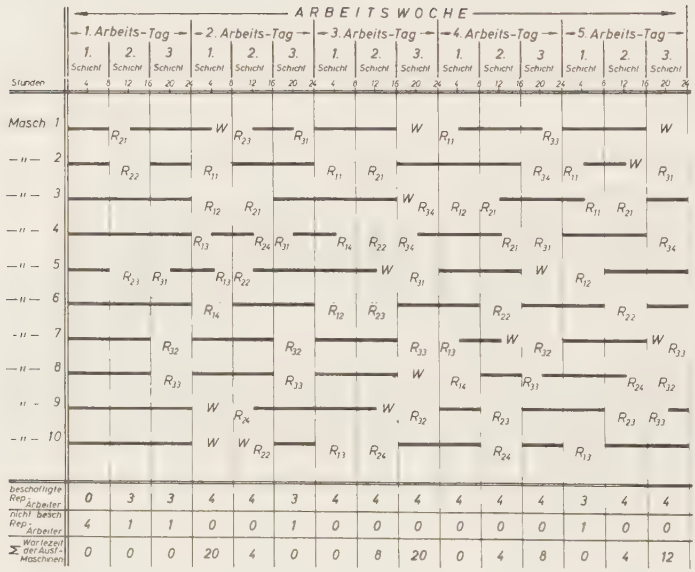
1. dem Reparaturpersonal somit die 5-Tage-Woche garantiert wird - oder -
2. neben einer Kontroll- und Überwachungstätigkeit ein evtl. Überstundenausgleich in der Form eines freien Tages gewährt wird. 1)

Dieses Ergebnis soll nun auf seine Aussagefähigkeit geprüft werden. Es soll versucht werden, - bei Limitierung der Reparaturkräfte von zuerst auf 4 und dann auf 5 - mit Hilfe der Daten einer Arbeitswoche das günstigste Verhältnis von Input zu Output, d.h. Reparaturkräfteeinsatz zu Minimierung der Maschinenwartezeit zu bekommen. Man kann sich hierbei auf eine Arbeitswoche beschränken, da die Ergebnisse einer zweiten bis vierten Arbeitswoche nahezu einer Arbeitswoche analog sind, d.h. einem Durchschnittswert gleichkommen.

---

1) Die Entscheidung darüber unterliegt dem jeweiligen Tarif- und Arbeitszeitabkommen.

Tab. 13



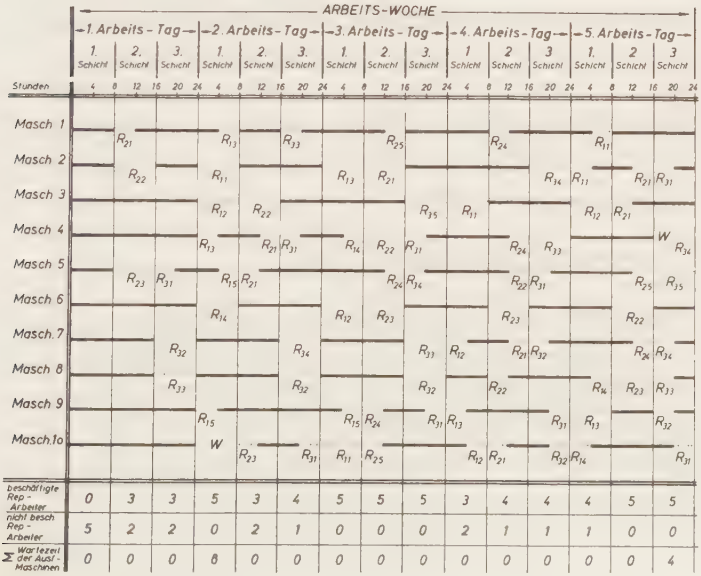
	1. Schicht	2. Schicht	3 Schicht	1. Schicht	2. Schicht	3. Schicht	1. Schicht	2. Schicht	3. Schicht	1. Schicht	2. Schicht	3 Schicht	1. Schicht	2. Schicht	3. Schicht
beschäftigte Rep. Arbeiter	0	3	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4
nicht besch. Rep. Arbeiter	4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Σ Wartezeit der ausf. Maschinen	0	0	0	20	4	0	0	8	20	0	4	8	0	4	12

In der Tab. 13 wird wiederum mit denselben Maschinenlaufzeiten wie in Tab. 12 begonnen und der Einsatz von Reparaturkräften auf vier Arbeiter begrenzt. Die bisher durchgeführten Simulationen zeigen, daß in der ersten Arbeitsschicht keine Maschinenausfälle eingetreten sind. Folglich können die Reparaturkräfte der ersten Schicht (am Arbeitswochenbeginn) entweder eine sog. Feierschicht fahren oder für anderweitige Zwecke eingesetzt werden. Das bedeutet, daß die Kostenstelle "Maschinenreparatur" mit dieser Reparaturkraftfreistellung für jeweils eine Schicht entlastet wird.

Eliminiert man deshalb in der vorletzten Zeile die vier unbeschäftigten Arbeitskräfte der ersten Schicht, so verbleiben - bei Einsatz von maximal vier Reparaturkräften pro Schicht - vier nichtbeschäftigte Arbeitskräfte pro Arbeitswoche. Dieser minimalen Unterbeschäftigung stehen über 14 ausgefallene Maschinen mit 80 Std. Wartezeit gegenüber.

Erhöht man den Einsatz der Reparaturkräfte von 4 auf 5 und führt die gleiche Simulation wie in Tab. 13 durch, so lassen die neugewonnenen Daten (Tab. 14) erkennen, daß sich die Wartezeiten der Maschinen von 80 Std. (in Tab. 13) auf 12 Std. (in Tab. 14) verkürzen und die Unterbeschäftigung oder sog. Leerzeit der Reparaturkräfte (von 4 auf 12 nichtbeschäftigte Arbeiter) erhöht. Hierbei wurden - wie in Tab. 13 - die Reparaturkräfte der ersten Schicht wiederum eliminiert.

Tab. 14



Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse in Tab. 15 zeigt bei Einsatz von vier Reparaturkräften einerseits wohl einen nahezu optimalen Beschäftigungsgrad, andererseits eine dazu im Gegensatz stehende hohe Wartezeit der auf Reparatur wartenden Maschinen und bei Einsatz von fünf Reparaturkräften ein dazu fast inverses Bild - nämlich eine Erhöhung des nichtbeschäftigten Reparaturpersonals und Senkung der Wartezeiten der reparaturbedürftigen Maschinen.

Tab. 15

	4 Rep.-Kräfte	5 Rep.-Kräfte
beschäftigte Reparaturkräfte	52	58
nichtbeschäftigte Reparaturkräfte	4	12
Wartezeit (in Std.) der auf Reparatur wartenden Maschinen	80	12

Der Vergleich der Daten läßt aber noch nicht zu, eine konkrete Aussage darüber zu machen, ob das Reparaturteam aus 4 oder 5 Kräften bestehen soll. Darüber kann erst ein Datenvergleich Auskunft geben, bei welchem die Mengeneinheiten bewertet worden sind.

2) Bewertung der Mengeneinheiten

Abfertigungsstellen wie z. B. Maschinen in Fertigungsbetrieben können als Nebenkosten- bzw. Hilfskostenstellen eingestuft werden und stellen - generell betrachtet - leicht erfaßbare Daten dar.

Ist bei Spitzenbelastungen die Unternehmensleitung gezwungen, zusätzliche Bedienungskräfte einzusetzen, so kann bei dieser Untersuchung das Lohnverhältnis der jeweils hinzugefügten Arbeitskraft als Nachweis dienen.

Es bereitet auch keine Schwierigkeiten, im Fall von Überstunden die über die Normalarbeitszeit hinausgehenden Mehrverdienste zu erfassen.
Problematisch wird die Kostenzurechnung bei der Gemeinkostenumlage. Wird z.B. ein Maschinenaggregat auf Grund erhöhter Materialdurchlaufgeschwindigkeit stärker belastet, d.h. es verbraucht mehr elektr. Strom, das nächste Aggregat fällt durch Störung aus, das übernächste läuft im Leerlauf etc., dann kann die Kostenzurechnung u. U. nur pauschal im Rahmen des Maschinensaales durchgeführt werden. [1)]

Als Vereinfachung kann hier aufgrund einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ein Fixkostenanteil "Störungsausfälle und Wartezeiten" gebucht werden, so daß eine empirische Kostenuntersuchung entfällt. Sonstige Nebenkosten wie Abschreibung etc. können eindeutig determiniert werden.

Die folgenden Berechnungen erfordern neue Symbole:

Z = Kosten der Warte- bzw. Leerzeit 1 Maschine / Stunde
= 50 GE [2)] ,

V = Kosten einer Arbeitskraft des Rep.-Teams / Stunde
= 3 GE.

---

1) Als Problemlösung wird die Direktkostenrechnung (Direct Costing) oftmals bezeichnet.

2) Abkürzung für Geldeinheiten; vgl. dazu Henn, R., Wirtschaftliche Anwendungsmöglichkeiten stochastischer Prozesse, in: Industrielle Organisation, Zürich 1962, Nr. 1, S. 22; HENN spricht sogar von einem "10-fachen" Betrag, den Maschinenausfälle ausmachen, im Vergleich zu den Kosten eines Reparaturteams. In unserem Fall würde dies einen Betrag von 500 GE ausmachen. Realiter ist es aber fallweise verschieden.

cb) Ausführung des Kostenvergleichs

Der jetzt durchzuführende Kostenvergleich kann Aufschluß darüber geben, welche Entscheidungen zu treffen sind.
Bei einem Reparaturteam von $R < n$ (für $n = 1, \ldots, 4$) entstehen zu große Wartezeiten auf der Maschinenseite. Die Summe aus Wartezeit und Reparaturzeit für Maschinen kann - als Maschinenausfallzeit bezeichnet - auch als Gewinnschmälerungsfaktor bezeichnet werden.
Ist die Größe des Reparaturteams R größer als n, also $R > n$ (für $n = 1, \ldots, 4$) so entstehen Leerzeiten auf der Reparaturpersonalseite. Auch hier können diese Leerzeiten zu Gewinnschmälerungen führen.
Das besagt, daß ein Reparaturteam nicht unbedingt so groß sein muß, daß Wartezeiten seitens der reparaturbedürftigen Maschinen völlig eliminiert werden.
Es gilt demnach, die optimale Größenordnung des Reparaturteams zu bestimmen.
Als Grundlage für diesen Vergleich soll, wie bereits erwähnt, die in Tab. 13 und 14 simulierte 5-Tage-Arbeitswoche mit erstens "4" und zweitens "5" Arbeitskräften pro Reparaturteam und 8-Stunden-Schicht dienen.

1) ... bei einem 4-köpfigen Reparaturteam

11) Kosten der vier Reparaturkräfte pro Arbeitswoche

	beschäftigte Reparaturkräfte	52
+	nichtbeschäftigte Reparaturkräfte	4
$= \Sigma$	der Reparaturkräfte	56

Für diese 56 Arbeitskräfte fallen pro Arbeitswoche Lohnkosten in Höhe von

$$56 \times 3 \times 8 = 1.344 \text{ GE an.}$$

Werden die vier nichtbeschäftigten Reparaturkräfte der 1. Schicht des 1. Arbeitstages hinzugerechnet, so erhöht sich dieser Betrag um 4 x 3 x 8 = 96 GE auf

$$1.344 + 96 = 1.440 \text{ GE} .$$

In dieser Berechnung wurde nicht zwischen Leerzeit und ausführende Reparaturzeit der Reparaturarbeiter unterschieden, sondern ein gleichbleibender Lohnsatz für Leer- und Reparaturzeit angenommen. [1)]

12) Kosten der Wartezeiten reparaturbedürftiger Maschinen

Der Tab. 13 wird entnommen, daß 6 Maschinen eine 8-stündige und 8 Maschinen eine 4-stündige Wartezeit aufzuweisen haben. Das ergibt:

$$\begin{aligned} & 6 \times 8 = 48 \\ + \; & 8 \times 4 = 32 \\ & = 80 \times 50 = 4.000 \text{ GE.} \end{aligned}$$

2) ... bei einem 5-köpfigen Reparaturteam

21) Kosten der fünf Reparaturkräfte pro Arbeitswoche

	Beschäftigte Reparaturkräfte	58
+	nichtbeschäftigte Reparaturkräfte	12
= Σ	der Reparaturkräfte	70

Für diese 70 Arbeitskräfte fallen pro Arbeitswoche Lohnkosten in Höhe von

$$70 \times 3 \times 8 = 1.680 \text{ GE an.}$$

---

1) Akkordsätze und Leistungsprämien sollen hier nicht in Ansatz gebracht werden, um den Modellfall so einfach wie möglich zu gestalten.

Auch hier ist das Reparaturteam der 1. Schicht des 1. Arbeitstages eliminiert worden. Würde dieses Team in der Stärke von 5 Arbeitskräften berücksichtigt werden, so erhöht sich die Summe der Lohnkosten von 1.680 GE auf 1.680 + 120 = 1.800 GE.

Bei dieser Berechnung wurde ebenfalls wie bei der für 4 Reparaturkräfte auf das Einbeziehen von Akkordsätzen etc. verzichtet.

22) Kosten der Wartezeiten reparaturbedürftiger Maschinen

Aus Tab. 14 ist zu ersehen, daß nur 1 Maschine eine 8-stündige und 1 Maschine eine 4-stündige Wartezeit ausweist. Es folgt:

$$\begin{aligned} 1 \times 8 &= 8 \\ 1 \times 4 &= 4 \\ &= 12 \times 50 = 600 \text{ GE.} \end{aligned}$$

cc) Gegenüberstellung der ermittelten Kosten

Die nächste Übersicht (Tab. 16) läßt erkennen, daß bei nur 4 Reparaturkräften Wartezeiten reparaturbedürftiger Maschinen in Höhe von 80 Stunden und bei 5 Reparaturkräften Wartezeiten nur in Höhe von 12 Stunden auftreten. Das entspricht - in Geldeinheiten ausgedrückt - einem Verhältnis von 4000 : 600 .

Diesem Verhältnis stehen Arbeitskraftleerzeiten von 4 : 12 oder in Geldeinheiten bewertet, 96 : 288 gegenüber.

Tab. 16

Einzeldaten	Reparaturteam mit vier Arbeitskräften	Reparaturteam mit fünf Arbeitskräften
beschäftigte Rep.-Kräfte	52	58
nichtbeschäftigte Rep.-Kräfte	4	12
Lohnkosten der beschäftigten Rep.-Kräfte	52x3x8 = 1.248	58x3x8 = 1.392
Lohnkosten der nicht mit der Maschinenreparatur beschäftigten Rep.-Kräfte	4x3x8 = 96	12x3x8 = 288
	1.344	1.680
Wartezeit reparaturbedürftiger Maschinen	0	12
Kosten der Wartezeit reparaturbedürftiger Maschinen	80x50 = 4.000	12x50 = 600
Gesamtkosten in GE:	5.344	2.280

Dieses resultierende Ergebnis aus Tab. 16 erfordert die Möglichkeit des Einsatzes von 6 Reparaturkräften zu diskutieren.

1) ... bei einem 6-köpfigen Reparaturteam

11) Lohnkosten

6 Arbeitskräfte x 14 Schichten x 8 Stunden x 3 GE = 2016 GE.

12) Kosten der Wartezeiten reparaturbedürftiger Maschinen

Nach Tab. 12 treten hierbei keine Maschinenwartezeiten auf.

d) Kritische Betrachtung des Reparaturpersonaleinsatzes

Es wurde eingangs darauf hingewiesen, daß das Reparaturteam der ersten Schicht am Arbeitswochenanfang nicht beschäftigt ist. Diese Tatsache ist aufgrund der Maschinenlaufzeiten von minimal 8 Stunden eingetreten. Dieses - zu Beginn jeder Arbeitswoche - leerlaufende Team kann, um den Erfordernissen der Arbeitszeitregelung gerecht zu werden, in der Samstagsschicht, der sogenannten Reparaturschicht, eingesetzt werden.

Die Gegenüberstellung des Einsatzes von 4, 5 und 6 Reparaturkräften pro Schicht zu einem Lohnsatz von 3 Geldeinheiten pro Stunde zeigt, daß der Einsatz von 6 Reparaturkräften die minimalsten Gesamtkosten verursacht, da hierbei keine Maschinenwartezeiten auftreten, also:

Reparaturkräfte	4	5	6
Gesamtkosten	5,344	2,280	2,016

Dieses Beispiel gilt jedoch nicht als repräsentativ, da von Fall zu Fall der Maschinenstundenleerzeitsatz größer oder kleiner als der Lohnstundensatz sein kann. Eine weitere Auswertung bei konstantem Lohnstundensatz in dieser Richtung würde deshalb zu irrealen Schlußfolgerungen führen.

e) Der Einfluß des Quotienten "Lohnkosten/ Wartezeitkosten" auf die Entscheidung des Reparaturpersonaleinsatzes

Bei der Frage, in welchem Maße bei Erhöhung der Reparaturpersonalstärke größere Personalleerzeiten und damit höhere Lohnkosten in Kauf zu nehmen sind, um die Wartezeiten der reparaturbedürftigen Maschinen zu verringern oder völlig zu beseitigen, ist das Verhältnis von Lohn zu Wartezeitkosten von großer Bedeutung, und es ist daher sinnvoll, seinen Einfluß an dieser Stelle zu untersuchen.

Für die Gesamtkosten K_n gilt offenbar die Gleichung:

$$K_n = M_{tw} \cdot k_w + t_A \cdot n \cdot L,$$

wobei für die vorstehenden Symbole folgende Definition gilt:

M_{tw} = Maschinenwartezeit,

k_w = Wartezeitkosten pro Stunde,

t_A = Arbeitszeit des Reparaturteams pro Woche,

n = Personalstärke des Reparaturteams,

L = Stundenlohn.

Kürzt man die Gleichung durch die Wartezeitkosten pro Stunde (k_w), so erhält man folgende Quotientengleichung:

$$\frac{K_n}{k_w} = M_{tw} + t_A \cdot n \cdot \frac{L}{k_w}$$

In dieser Relationsgleichung wird unterstellt, daß die Arbeitszeit des Reparaturteams pro Woche nur auf 14 Schichten bezogen ist, da die Frühschicht am Wochenbeginn keine Maschinenausfälle zu verzeichnen hat.[1)]

1) Vgl. S. 176 dieser Arbeit

Das dafür jeweils freigestellte Reparaturteam verfährt die Sonnabend-Reparatur- bzw. Maschinenüberholungsschicht. Diese Schicht scheidet in dieser Berechnung aus, da die Maschinen nicht gefahren werden bzw. eine Leistungserstellung entfällt.

Die Wartezeitkosten pro Stunde sollen analog der "Bewertung der Mengeneinheiten"[1] 50 Geldeinheiten betragen. Die Lohnkosten werden zwecks Vereinfachung des Beispiels mit 3 Geldeinheiten angenommen.[2]

Aus. Tab. 16 werden nun die errechneten Werte entnommen[3] und in die Relationsgleichung eingesetzt, wobei die Personalstärke R_n von 4 bis 6 Arbeitskräfte variiert.

Bei 14 verfahrenen Betriebsschichten zu je 8 Stunden erhält man für n = 4,5 und 6 Reparatur- bzw. Wartungskräfte folgende Quotientenlösungen:

n = 4:

$$\frac{K_4}{k_w} = M_{tw} + t_A \cdot n \cdot \frac{L}{k_w}$$

$$= 80 + 112 \cdot 4 \cdot \frac{3}{50} = 80 + 448 \cdot \frac{3}{50}$$

$$= 80 + 26{,}88 = \underline{106{,}88}$$

n = 5:

$$\frac{K_5}{k_w} = M_{tw} + t_A \cdot n \cdot \frac{L}{k_w}$$

$$= 12 + 112 \cdot 5 \cdot \frac{3}{50} = 12 + 560 \cdot \frac{3}{50}$$

$$= 12 + 33{,}6 = \underline{45{,}60}$$

1) und 2) Vgl. Seite 179 dieser Arbeit

3) Vgl. S. 183 dieser Arbeit

n = 6:

$$\frac{K_6}{k_w} = M_{tw} + t_A \cdot n \cdot \frac{L}{k_w}$$

$$= 0 + 112 \cdot 6 \cdot \frac{3}{50} = 0 + 672 \cdot \frac{3}{50}$$

$$= \underline{\underline{40,32}}$$

Diese Ergebnisse können durch folgenden Beweis auf ihre Richtigkeit geprüft werden:

$$\frac{K_4}{k_w} = 106,88$$

$$K_4 = 106,88 \cdot k_w = 106,88 \cdot 50 = 5.344 \text{ GE}$$

$$\frac{K_5}{k_w} = 45,6$$

$$K_5 = 45,6 \cdot k_w = 45,6 \cdot 50 = 2.280 \text{ GE}$$

$$\frac{K_6}{k_w} = 40,32$$

$$K_6 = 40,32 \cdot k_w = 40,32 \cdot 50 = 2.016 \text{ GE}$$

Die in Geldeinheiten (GE) ausgedrückten Gesamtkosten K_n (für n = 4, 5, 6) sind identisch mit den in Tab. 16 ermittelten Werten.[1)]

---

1) Vgl. Seite 183 dieser Arbeit.

Bei gegebenem Lohnsatz und als bekannt vorausgesetzten Wartezeiten sind, wie die Lösungen zeigen, die Gesamtkosten für die Reparaturteamstärke R_n (für n = 4, 5, 6) dann am niedrigsten, wenn der Quotient K_n/k_w den kleinsten Wert ausweist, was aus der folgenden Fig. 18 ebenfalls zu entnehmen ist.

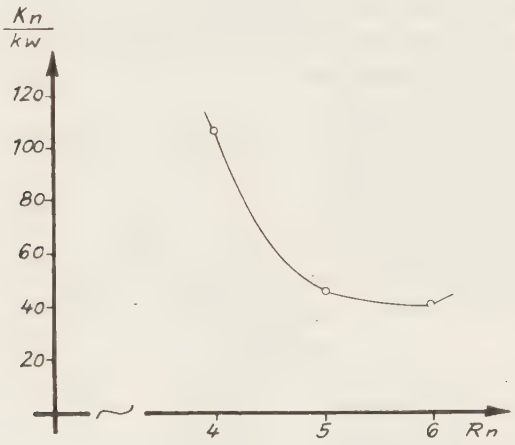


Fig. 18

Die bisherige Untersuchung gewinnt an Bedeutung, wenn nach dem "kritischen Lohnkostensatz" gefragt wird, der für R_n (für n = 4, 5, 6) Reparaturkräfte in Abhängigkeit von den verfahrenen Arbeitsstunden nach der Funktion f (GE) = K_n/k_w ermittelt werden kann. Für welches n diese Situation zutrifft und darüber hinaus welche Relation von Gesamtkosten zu Wartezeitkosten K_n/k_w ungünstig ist, erläutert die folgende graphische Darstellung. Dazu werden folgende Quotientenrelationen für die Lösung der linearen Gleichungen bei R_n (n = 4, 5, 6) benötigt:

Relation $K_4/k_w : K_5/k_w$

$$80 + 448 \frac{L}{k_w} = 12 + 560 \frac{L}{k_w}$$

$$\frac{L}{k_w} = \underline{\underline{0,6}}$$

Relation $K_5/k_w : K_6/k_w$

$$12 + 560 \frac{L}{k_w} = 672 \frac{L}{k_w}$$

$$\frac{L}{k_w} = \underline{\underline{0,1}}$$

Relation $K_4/k_w : K_6/k_w$

$$80 + 448 \frac{L}{k_w} = 672 \frac{L}{k_w}$$

$$\frac{L}{k_w} = \underline{\underline{0,35}}$$

Setzt man die Ergebnisse für L/k_w der Relationslösungen in die linearen Grundgleichungen ein, so ergeben sich folgende Wertepaare:

n = 4

$\frac{L}{k_w}$	$\frac{K_n}{k_w}$
0,0	80,0
0,1	124,8
0,35	236,8
0,6	348,8

n = 5

$\frac{L}{k_w}$	$\frac{K_n}{k_w}$
0,0	12
0,1	68
0,35	208
0,6	348

n = 6

$\frac{L}{k_w}$	$\frac{K_n}{k_w}$
0,0	0,0
0,1	67,2
0,35	235,2
0,6	404,2

Der "Kritische Lohnkostensatz" bei variablen Quotienten "Lohnkosten/Wartezeitkosten" und analog hierzu der günstigste bei gleichzeitigem Verlauf des jeweils niedrigstem Quotientenwert K_n/k_w für R_n (n = 4, 5, 6) kann der folgenden Darstellung in Fig. 18a entnommen werden. In der Entscheidung über den Einsatz des Reparaturper-

sonals in der günstigsten Anzahl ist demnach dem Verlauf des punktierten Streckenzuges zu folgen: [1)]

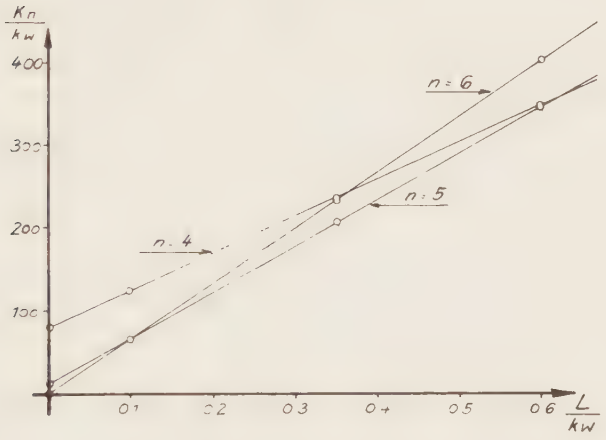


Fig. 18a

3243 Zusammenfassung

Es besteht nach Lösung der eingangs gestellten Aufgabe mit Recht die Frage: Ist diese Darstellung von Zeitplanungen mit Hilfe der Gantt-Karten überhaupt als ein "Verfahren" zu bezeichnen?

---

1) Eine effektive Lohnsatzveränderung beispielsweise durch Tariflohnerhöhungen bringt Angermann in einer für Parktiker gut verständlichen Darstellung in: Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 249 ff.

Das Verfahren - sui generis - ist doch im Grunde genommen die Verifizierung der Monte-Carlo-Simulationen.
Der hier anschließende Schritt benötigt unter der Prämisse der graphischen Darstellung die Gantt-Karten.
Das bedeutet, daß zur graphischen Darstellung der numerischen Werte aus den Monte-Carlo-Simulationen entweder Diagramme oder sonstig dafür geeignete mathematische Funktionspapiere verwendet werden, ... "um bereits aus der Erscheinung der Daten - beispielsweise in Form gerader Linien - die Hauptmerkmale der Verteilung entnehmen zu können". [1)]

Das besagt, daß zur Veranschaulichung der numerisch-tabellarischen Lösungsverfahren der praktischen Mathematik[2)] graphische Methoden zur Verfügung stehen.

Die allgemein bekannten Schaubilder im Koordinatensystem können

1. Zeitpunktanalysen und
2. Zeitraumbeobachtungen

wiedergeben, wobei die Zeitpunktanalysen dominieren.

Wenn man von der Zeitpunktbetrachtung mit Hilfe graphischer Darstellungsweisen zu einer relevanten Zeitraumuntersuchung gelangen will, so bedeutet dies, daß das primäre Problem - dargestellt im Quadranten des Koordinatenfeldes - einer Lösung zugeführt werden kann, wenn die Veränderungen des primären Problems - hervorgerufen durch Änderungen der Parameter - schaubildartig festgehalten werden. Es muß also - je nach sogenannten n Iterationen - eine Anzahl von n Schaubildern angefertigt werden.

---

1) Vgl. hierzu Böhm, H.-H., Operationen-Forschung, a.a.O., S. 44.

2) Vgl. Böhm, H.-H., Operationen-Forschung, a.a.O., S. 52.

Werden diese aufgrund von n Iterationen (für n = 1, ..., m) hervorgerufenen n Schaubilder in der Reihenfolge von n_1 bis n_m nebeneinandergelegt, dann stellt jedes Schaubild - für sich betrachtet - eine statische oder Zeitpunktbetrachtung dar. "In cumulo" erfaßt, kann diese Aneinanderreihung dann als dynamische oder auch Zeitraum-Untersuchung bezeichnet werden. Ebenso wie gesagt werden kann, daß "zur Lösung ... der numerisch-tabellarischen Verfahren ..." [1] graphische Methoden zur Verfügung stehen, kann die Aneinanderreihung von Zeitpunktbetrachtungen durch Parameterveränderungen die Verifizierung der numerisch-tabellarischen Monte-Carlo-Simulationswerte auf graphischem Wege darstellen.

Dem Abschnitt über die Anwendung der Monte-Carlo-Methode kann bei Untersuchung des Reparaturpersonaleinsatzes entnommen werden, daß bei Veränderung der Stärke des Reparaturteams jeweils eine Verschiebung der Reparaturzeiten eingetreten ist. Die Technik der Darstellung an sich muß demnach als ein Experiment bezeichnet werden.

Da Experimente in ökonomischer - speziell mikroökonomischer - Sicht stets im Rahmen und im Ablauf der bestehenden Betriebsbedingungen durchzuführen sind und die Organisation eines Betriebes nicht speziell auf das Experiment ausgerichtet sein kann, dürfen Störungen des normalen Betriebsablaufes soweit wie irgend möglich durch Experimente dieser o.a. Art nicht eintreten. [2]

Ob nun eine sukzessive Datenänderung eine simultane Verschiebung der Aktionsparameter oder ein simulatives Vorgehen mit den Variablen bezweckt wird, ist für das Experiment unerheblich.

---

1) Vgl. Böhm, H.-H., Operationen-Forschung, a.a.O., S. 52.

2) Vgl. Böhm, H.-H., a.a.O., S. 97.

Das Hauptanliegen ist es in diesem Fall, das Experiment so visuell wie möglich zu gestalten. Das wird mit Hilfe von Gantt-Karten ermöglicht. Man ersetzt das Experiment in der Betriebspraxis durch ein Simulationsmodell und bedient sich des optisch äußerst wirksamen Hilfsmittels - oder sogar der Technik - der Gantt-Diagramme. [1)]

Diese Darstellungsart kann sogar in einfach gelagerten Fällen ohne vorangehende analytische und numerische Berechnung zum Zuge kommen.
Es ist nur notwendig, diese Gantt-Diagramme skalenmäßig - dem Koordinatensystem ähnlich - einen Matrixrahmen zu geben, um die Ursprungsdaten in der Form von Arbeits-, Zeit- etc. -Flußlinien abzutragen. Somit kann das Gantt-Diagramm als Hilfsmittel der Planung sowie als Technik der Planungsgestaltung wertvolle Dienste leisten, und es kann darauf hingewiesen werden, daß die graphische Darstellung von dynamischen Wirtschaftsprozessen keine bessere Verifizierung bisher gefunden hat. [2)]

---

1) Vgl. Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and E.L. Arnoff, a.a.O., S. 451.

2) Vgl. Moore, F.G., a.a.O., S. 483: ... Gantt's idea has more merit than his charts have and although you will rarely find a Gantt chart in use, you will sometimes find companies using their first cousins, controll "boards", an adaption of Gantt's idea.

4. Kapitel

Interdependenz von Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen

41 Wartezeitprobleme im generellen Ablaufplanungsmodell

411 Gemeinsame Grundlagen von Wartezeit- und generellen Ablaufplanungsmodellen

Die um die Jahrhundertwende von HENRY L. GANTT ausgedachten Fluß-Schaubilder [1] wurden - in ihrer ersten Anwendung - zur Produktionskontrolle herangezogen. Aus einem derartigen Gantt-Diagramm kann zwecks Kontrolle und Überwachung des Ablauf- bzw. Produktionsprogramms die Betriebsführung Schlüsse für kommende Entscheidungen bzw. Veränderungen des o.a. Programms ziehen. Diesen Gantt-Diagrammen ist jedoch mehr oder weniger eine statische Eigenschaft beizumessen.

Werden nun den konstanten Daten der Kopfzeilen und der Eingangsspalte eines Gantt-Diagramms Daten zugeordnet, die von Spalte zu Spalte - in horizontaler Richtung - variable Parameter darstellen, so kann diese Darstellung - von der eingangs vermerkten statischen Eigenschaft des Diagramms ausgehend - als komperativ-statisch bezeichnet werden.

Ersetzt man die deterministisch variablen Parameter durch stochastische und führt die unregelmäßig auftretenden stochastischen Parameter mit Hilfe von Simulationen n-mal auf, so erhält man ein Gantt-Diagramm mit n

1) Vgl. hierzu Moore, F.G., a.a.O., S. 483: "Fifty years ago, Henry L. Gantt figured out several kinds of charts to use in controlling production."

Spalten. Hierbei sei darauf verwiesen, daß ebenfalls eine Erweiterung der Zeilen auf die Anzahl n möglich ist, so daß es zur Bildung einer quadratischen Matrix kommt.

Diese - nur theoretisch mögliche - Form eines Gantt-Diagramms für Simulationen nutzbar zu machen, wird bei der Auswertung auch mit Hilfe von Elektronenrechnern Schwierigkeiten bereiten.
Die dafür zur Lösung in Betracht kommende stochastische Programmierung kann bei einer Anzahl von $n \longrightarrow \infty$ Zeilen und Spalten wohl angewendet werden. Es besteht nur die Frage, nach wieviel Iterationen bei einer Zeilen/Spalten-Zahl von $n \longrightarrow \infty$ ein vertretbares Ergebnis erfaßt werden kann.

Folglich bleibt die Methode der Simulation - oder besser ausgedrückt - die Simulationstechnik außerhalb des Lösungsbereiches der Programmierung.
Man verbleibt demnach bei einer konstanten Zeilenanzahl und läßt die Spaltenanzahl gegen ∞ laufen. Mit diesem Merkmal gehen die Gantt-Programme von der komperativ-statischen Eigenschaft zur dynamischen über. Aus technisch nicht bzw. sehr schwer vertretbarer Realisierung der Aufstellung eines Gantt-Diagramms mit $n \longrightarrow \infty$ Spalten kann zwecks Lösung eine Aufteilung des Global-Gantt-Diagramms in Teil-Diagramme durchgeführt werden. Diese Teil-Diagramme können einzeln ausgewertet und verglichen werden. Ein genaues Ergebnis bzw. eine eindeutige Lösung wird auch diese Technik nicht liefern können, da erst auf Grund der "$n \longrightarrow \infty$ -maligen" Simulation - bzw. treffender bewiesen - erst nach "$n = \infty$ -maliger" Durchspielung das genaue Ergebnis vorliegt. Man wird immer nur eine Approximation erhalten, die von einem asymptotischen Minimum zu einem asymptotischen Maximum nach "$n \neq \infty$ -maligen" Simulationen in

einem Annäherungsbereich (σ) liegt.

Es wird deutlich, daß dieses Hilfsmittel der Monte-Carlo-Technik, wie die Monte-Carlo-Methode an sich, bei der Lösung von Wartezeitproblemen zwar mathematisch-analytisch keine hohen Anforderungen stellt, dafür auch mathematisch-numerisch trivial zu lösen ist, diesem trivialen Lösungsweg aber wiederum ein relativ großer Zeitaufwand anhaftet, so daß dieses Lösungsverfahren in der hier angeführten Weise indiskutabel erscheint.

Die numerische Darstellung der Monte-Carlo-Methode erforderte also bereits ein Vielfaches an Zeit gegenüber den analytischen Methoden. Die visuelle bzw. graphische Darstellung von Simulationen mit Hilfe der Gantt-Karten ist in ihrer relevanten Durchführung besser mit Hilfe des Lochkartenverfahrens zu bewältigen. [1] Damit ist bereits das Stichwort gefallen, das dem Gantt-Diagramm über die soeben angeführte Anwendungsbegrenzung hinweghilft.

Das Gantt-Diagramm stellt in erster Linie - in statischer Sicht - einen "Informationsträger" dar. Zweitens kann - bei Aneinanderreihung von $n \rightarrow \infty$ Spalten auf einem einzigen Gantt-Diagramm oder Unterteilung dieses Gantt-Diagramms in m Diagramme mit $\frac{n \rightarrow \infty}{m}$ Spalten - in dynamischer Sicht neben der Funktion eines Informationsträgers diesen Gantt-Diagrammen eine Funktion der Informationsermittlung beigegeben werden.
Diese Erkenntnis ist mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode herausgearbeitet worden.

Werden nun die dem Gantt-Diagramm zugrunde liegenden Daten auf Lochkarten übertragen, dann ist das Problem der Informationsermittlung mit Hilfe der einzelnen

---

1) Vgl. hierzu Moore, F.G., a.a.O., S. 489 ff.

Informationsträger - der einzelnen Lochkarten - praktisch ohne Schwierigkeiten lösbar. [1]

Eine theoretisch - in der Form einer Modellanalyse - und auch praktisch realisierbare Anwendung von Gantt-Diagrammen zeigt die Ablaufplanung. Hierbei hat man es nicht mehr mit reinen Wartezeitproblemen, sondern mit einer Kombination von Wartezeit- und Ablaufplanungstheoremen zu tun.

Die dabei auftauchenden Probleme sollen einer eingehenden Untersuchung unterzogen und hierbei auf eine graphische Darstellung nicht verzichtet werden. Das Hilfsmittel der Darstellung ist in den dafür zweifellos bestens geeigneten Gantt-Diagrammen zu finden.

Hierbei kann unterschieden werden in

1. einzelne typische Ablauffolgen mit der Darstellung durch einfache Ablaufschaubilder und
2. gleichzeitige Ablauffolgen mit der Darstellung durch sogenannte harmonographische Ablaufschaubilder. [2]

Als nachteilig ist jedoch das Harmonogramm aufgrund der Nichtbeachtung des Zeitfaktors anzusehen. Die Darstellungsweise kann folgender Übersicht entnommen werden: [3]

---

1) Vgl. hierzu Hartmann, B., Betriebswirtschaftliche Grundlagen der automatisierten Datenverarbeitung, Freiburg i. Brsg. 1961, S. 6 und S. 9 ff.

2) Diese können auch als "Harmonogramme" bezeichnet werden.

3) Werden diese sogen. Leistungskontrollbilder um den Zeitfaktor erweitert, dann liegen Planungstafeln vor, wie sie als Gantt-Diagramme in der Praxis mit den Bezeichnungen "Produc-trol-board" oder "Sched-U-Graph" anzutreffen sind; vgl. dazu auch Lösch, E.J., Optimale Auslastung der Schlafwagen beim Personentransport in einem Nahbereich, Allgem. Treuhand AG, Bern 1963; vlg. ferner Moore, F.G., Production Control, a.a.O., S. 255 ff.

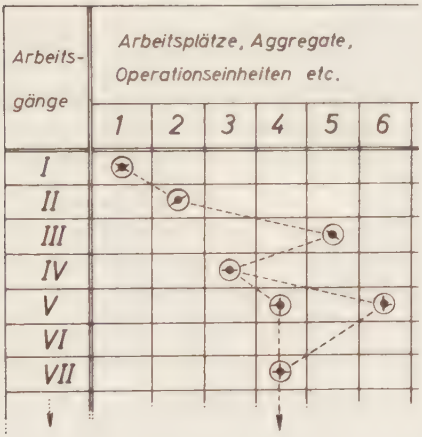


Fig. 19

412 Das Reihenfolgemodell

4121 Grundlegung

a) Voraussetzungen

Die in dem einführenden Kapitel dieser Arbeit dargestellte Abgrenzung [1)] zwischen deterministischen und stochastischen Eingangs- und/oder Ausgangsdaten soll in diesem Abschnitt als Grundlage für die Voraussetzungen dienen. Zur besseren Übersicht werden die möglichen Interdependenzen in folgender Aufstellung nochmals angeführt:

---

1) Vgl. S. 20 ff. dieser Arbeit.

Klassifizierung	Ankunfts- bzw. Eingangsrate λ	Abfertigungs- bzw. Ausgangsrate μ	Modellart
Fall I	deterministisch	deterministisch	Ablaufplanung
Fall II	stochastisch	deterministisch	kombinierte Ablaufplanung + Wartezeit
Fall III	deterministisch	stochastisch	- " -
Fall IV	stochastisch	stochastisch	Wartezeit

Die aus der Übersicht zu entnehmenden Daten für λ und μ nach Fall I bis IV können einer Erfassung und Berechnung - analog in der Aufführung von Fall I bis Fall IV zu einer Steigerung der Schwierigkeitsgrade von Fall I bis zu Fall IV - mit Hilfe der Methoden und Verfahren der Warteschlangentheorie zugänglich gemacht werden.

Hierbei lauten die Zielfunktionen:

1. Optimale Bestimmung der Abfertigungsstellenanzahl bei Minimierung der Kosten, die sowohl durch die Wartezeit der ankommenden Einheiten als auch Leerzeit der Abfertigungsstellen entstehen;
2. Absolute oder approximative Bestimmung der Anzahl von wartenden Einheiten - sog. Schlangenlänge - ;
3. Absolute oder approximative Bestimmung der kumulativen Anzahl von Einheiten, die auf Abfertigung warten und sich gerade in der Abfertigung befinden;
4. Absolute oder approximative Bestimmung der Abfertigungs- bzw. Verkehrsintensität - oder des Faktors "Erlang" -;

Die Relation - lt. Fall I - λ / μ = deterministisch/deterministisch verursachte dabei keine Schwierigkeiten.

Dagegen unterlagen der Fall IV mit seiner Relation λ / μ = stochastisch/stochastisch sowie die Fälle III und II - als sogenannte Unterfälle zu Fall IV - (mit ihren halbstochastischen Merkmalen) - gewissen Wahrscheinlichkeitsberechnungen, die bestimmte Voraussetzungen in der Kenntnis eines mathematischen Rüstzeugs stellten.

In der diesem Kapitel zugrunde liegenden Problematik geht es darum, den zu den Wartezeitproblemen invers zu stellenden Abfertigungsproblemen zu begegnen. Hierbei ist die Anzahl der Abfertigungsstellen deterministisch und regelbar; dazu kommt eine deterministische und regelbare Ankunftsfrequenz.

Das Theorem der Ablaufplanung besteht demnach darin, daß stochastische Daten eliminiert werden. Man hat es folglich nach vorliegendem Schema [1] nur mit dem Fall I - der Relation λ / μ = deterministisch/deterministisch - zu tun. Die Problematik ist deshalb nur insofern zu lösen, daß die Ankünfte zeitlich so geplant bzw. der Prozeßablauf so geregelt wird, daß die Summe der Bearbeitungszeiten und der damit verknüpften Kosten minimal wird. [2]

Die in der letzten Spalte des Schemas angeführten Modellarten für Fall II und III besagen, daß aufgrund von nur jeweils einer stochastischen Größe ein approximatives Ergebnis mit Hilfe von einfachen Durchschnittsermittlungen oder experimentellen Häufigkeitsverteilungen erzielt werden kann.

Eine zeitliche Regelung der Ankünfte bzw. des INPUT's und des Prozeßablaufs umfaßt die beiden Begriffe "Zeit- und Ablaufplanung." Die sogenannte ... "Zeitplanung

---

1) Vgl. S. 199 ff. dieser Arbeit.
2) Churchman, C.W., ..., a.a.O., S. 450.

bezeichnet die Festlegung der Zeitpunkte für den Zugang bzw. Abgang der abzufertigenden Einheiten [1]. ... Die Ablaufplanung bezieht sich auf die Reihenfolge, in der die abzufertigenden Einheiten bedient werden" [2].
Der den Ausdrücken "Zeitplanung" und "Ablaufplanung" - die oftmals synonym verwendet werden - anhaftenden Problematik liegt aber eine jeweils verschiedenartige Struktur zugrunde. Das reine Zeitplanungsproblem gehört in das Gebiet der Warteschlangen. Das mit der Ablaufplanung kombinierte Zeitplanungsproblem wird auf Grund der Art der beeinflußbaren und regelbaren Variablen zu dem Gebiet der Ablaufplanung gerechnet. [3]

Da die Rationalisierungs- und Automatisierungsmaßnahmen heute zu unumgänglichen Erfordernissen für jeden Betrieb geworden sind, besteht nun die Frage, ob es genügt, beispielsweise den Maschinenpark und die betrieblichen Einrichtungen dem neuesten Stand des technischen Fortschritts nur anzupassen?

Die Antwort ist in der bisherigen Themenbearbeitung bereits mehrmals tangiert worden. Eine umfassende Planung für den Einsatz dieser modernen Betriebsmittel, deren Zusammenwirken und Verzahnung, bilden die Grundlagen von Optimalisierungsproblemen, denen immer mehr Beachtung geschenkt wird. [4]

---

1) Die "Zeitplanung" wird im nächsten Teilabschnitt behandelt.

2) Vgl. hierzu Churchman, C.W., ..., a.a.O., S. 450.

3) z.B. die "optimale Montage- oder Fließbandbelegung" bzw. die "Steuerung von Produktionsprozessen", da jede Produktion einen Kombinationsprozeß mit dem Ziel des Einsatzes der günstigsten Produktionsfaktoren unter Einhaltung technologischer, kapazitätsmäßiger und temporärer Beschränkungen darstellt.

4) Auch die in einem Betrieb gestellte Aufgabe als Steuerungsziel der betrieblichen Regelung im Sinn der Kybernetik wird planmäßig erfaßt, um die vorhandenen Produktionsfaktoren und Organisationseinheiten so einzusetzen, daß die Sollwerte erreicht werden; vgl. hierzu besonders Angermann, A., Kybernetik und betriebliche Führungslehre, in: BFuP, 1959, Heft 5, S. 257 ff.

Somit kann die Planung - sui generis - als Produktionsdisposition bezeichnet werden, die nach dem Prinzip der Wirtschaftlichkeit beispielsweise über

1. die Planung des Fertigungsprogramms zu
2. der Vollzugsplanung als
   a. Bereitstellungsplanung und
   b. Prozeßablaufplanung

den Produktions-Output unter Beachtung der Beschaffungs- und Absatzkriterien mit Einschluß des Zeitproblems im betrieblichen Kreislaufprozeß optimal zu bestimmen versucht.

b) Möglichkeiten der Reihenfolge in der Ankunfts- und/oder Bereitstellungsart von Eingangseinheiten und der Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsweise von Ausgangseinheiten

ba) Allgemeine Betrachtung

Die Regellosigkeit der Zugänge (λ n) ist bereits eliminiert und dabei betont worden, [1] daß eine deterministisch regelbare Ankunftsrate λ als Voraussetzung für ein Ablaufplanungsmodell gilt. Nun kann die Eingangsrate [2] - in Abhängigkeit von der Bearbeitungs- bzw. Abfertigungsdauer und der Anzahl der Bearbeitungsstellen pro Zeiteinheit variieren, unter der Voraussetzung, daß alle n für $n > 1$ Eingangseinheiten wahlweise von allen Bearbeitungsstellen sofort bearbeitet werden können.

---

1) Vgl. S. 20 / 199ff. dieser Arbeit.

2) Die Begriffe "Eingangsrate", "Ankunftsrate" und "Zugangsrate" werden synonym gebraucht.

Unterliegen die Reihenfolgen der Arbeitsgänge technisch begründeten Beschränkungen, d.h., muß ein Bestandteil zuerst entfettet werden, bevor er lackiert und ein Loch erst gebohrt, bevor das Gewinde eingeschnitten werden kann [1], so gilt eine alternative Reihendisziplin nicht mehr.

In dem Fall einer streng deterministischen Bearbeitungsfolge auf m_i Bearbeitungsstellen ($i = 1, 2, 3 \ldots$) ... ist es notwendig, einen Arbeitsgang, der auf einen anderen folgen muß, derselben Arbeitsstelle zuzuweisen, wo der vorhergehende Arbeitsgang durchgeführt wird" [2], d.h., daß bei m_i Bearbeitungsstellen die Einheiten n_j ($j = 1, 2, 3, \ldots$) zuerst auf Bearbeitungsstelle m_1, dann auf m_2, etc. bearbeitet werden. Hierbei ist wiederum Voraussetzung, daß kein Überspringen der Bearbeitungsstellen möglich ist.

α) Reihenfolgedisziplin

Der Ausdruck "Reihenfolgedisziplin" [3] ist als "terminus technicus" dem Vokabular der warteschlangentheorie entnommen worden und findet bei der Ablaufplanung Verwendung. Damit soll das Verhalten bzw. die Problematik der vor den Abfertigungsstellen ankommenden Einheiten beschrieben werden.

1) ... mit Präferenzen

Das bedeutet eine Bevorzugung von Eingangseinheiten, die einer beschleunigten oder speziellen Abfertigung bzw. Bearbeitung unterworfen werden. Diese Einheiten können entweder längere Zeit vor der Bearbeitung - also in

---

1) Churchman, C.W., ..., a.a.O., S. 452.

2) Vgl. Churchman, C.W., ..., a.a.O., S. 452.

3) analog "Schlangendisziplin".

einem größeren Bereitstellungszeitraum - aussortiert und bereitgestellt werden oder man nimmt kurz vor der Bearbeitung eine Auslese vor. Dabei erfahren die einer Auslese nicht unterworfenen Einheiten eine Wartezeit. Einen Ausnahmefall bildet hierbei die zuerst ankommende Einheit bei einer Gegebenheit "ohne Präferenzen", denn diese Einheit wird, da sie zuerst vor der Abfertigungsstelle anlangt, zuerst abgefertigt.

2) ... ohne Präferenzen

Die Einheiten werden entweder in der Reihenfolge ihrer Ankünfte bzw. Ankunftszeiten abgefertigt oder wahllos - herausgegriffen - einer Bearbeitung zugeführt.

bc) Bearbeitungsreihenfolgen

Diesem Unterpunkt kann ein Schema vorangestellt werden, welches die verschiedenen Möglichkeiten der Reihenfolgen sofort erkennen läßt:

		Eingangseinheiten			
		gleichartig	verschiedenartig	gleichartig	verschiedenartig
Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsstellen	gleichartig	Fall α)	0	0	0
	gleichartig	0	Fall β)	0	0
	verschiedenartig	0	0	Fall γ)	0
	verschiedenartig	0	0	0	Fall δ)

Die in den Schnittpunkten von Eingangs-Spalten und Abfertigungs-Zeilen sich ergebenden Kombinationen - hier in der Diagonalen abzulesen - sollen als Fall α , β , γ und δ bezeichnet werden.

1) ... für homogene Eingangseinheiten auf homogenen Bearbeitungsstellen (Fall α)

Bei "gleichartigen" Eingangseinheiten soll eine Vorzugsmöglichkeit ankommender Einheiten ausgeschaltet sein. Ebenfalls wird hierbei die Alternative, eine ankommende Einheit einer bestimmten Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsstelle zuzuführen, eliminiert.
Es handelt sich demnach um eine deterministische Masse, die den homogenen Bearbeitungsstellen k_i (i = 1, 2, 3 ...) zugeführt werden kann.
Eine Wiedergabe des verbal umschriebenen Problems gibt folgende Übersicht:

Fig. 20

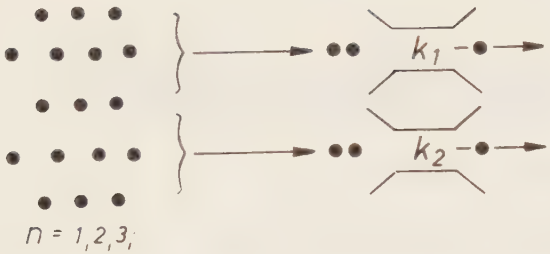


Fig. 21

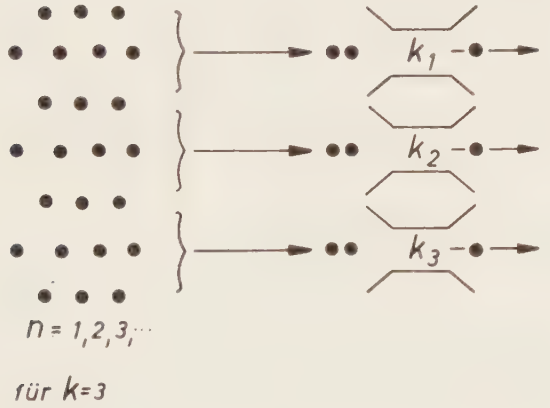


Fig. 22

Einer Erhöhung der Abfertigungsstellen über $k = 3$ hinaus ist theoretisch keine Begrenzung zu setzen. Ob diese Erhöhung in der Praxis realisierbar ist, hängt von den Voraussetzungen ab, wie z. B. Raumfrage, Fertigungspro-

gramm, Personalverfügung etc. - also Beschränkungen technischer wie ökonomischer Art - .

2) ... für heterogene Eingangseinheiten auf homogenen Bearbeitungsstellen (Fall β)

Für diese Gegebenheit kann zwischen

1. temporal - kontinuierlicher und
2. temporal - diskontinuierlicher

Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsweise unterschieden werden:

1. temporal - kontinuierlich:

für k = 1 und $n_z = 1, 2, 3, \ldots$
$n_y = 1, 2, 3, \ldots$
$n_x = 1, 2, 3, \ldots$
$\vdots$

Fig. 23

für k = 2 und $n_z = 1, 2, 3, \ldots = t_1$
$n_y = 1, 2, 3, \ldots = t_1$
$n_x = 1, 2, 3, \ldots = t_2$
$\vdots$

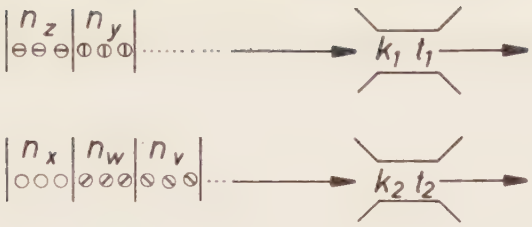


Fig. 24

Eine Erhöhung der Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsstellen über $k = 2$ auf $k = 3, 4, \ldots$ obliegt, wie bereits angeführt, den realen Beschränkungsmöglichkeiten.

Die hierbei zu beachtende Abweichung von t_1 zu t_2 findet ihre Begründung in $t_1 \neq t_2$ Bearbeitungs- bzw. Abfertigungszeiten. Deshalb ist es von Vorteil, bei verschiedenartigen Eingangseinheiten diejenigen Einheiten mit gleichartiger Bearbeitungsdauer auf der (den) gleichen Abfertigungsstelle(n) zu bearbeiten.

Damit wären z.B. für Bearbeitungsstelle k_1 bei verschiedenartigen Eingangseinheiten - jedoch mit gleicher Bearbeitungsdauer für jeweils $|n_z|$ und $|n_y|$ - und analog hierzu für k_2 - für jeweils $|n_x|$, $|n_w|$ und $|n_v|$ - kontinuierliche Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsintervalle gegeben. Der Vorteil dieser Zuweisung von beispielsweise $|n_z|$, $|n_y|$ an k_1 und $|n_x|$, $|n_w|$, $|n_v|$ an k_2 - oder umgekehrt, d.h. eine Vertauschung von k_2 und k_1 - wird sich, nach Anforderung, in der besseren Realisierung des Ablaufplanungsprogramms niederschlagen.
Daraus folgt:

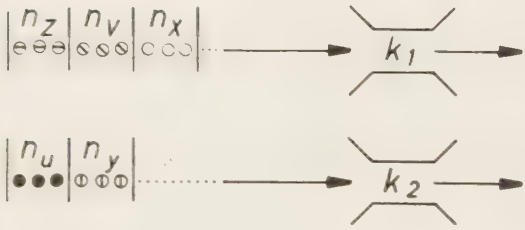
2. <u>temporal - diskontinuierlich:</u>

für k = 1 und n_z = 1, 2, 3, ... bei t_1
n_y = 1, 2, 3, ... bei t_2
. .
. .
. .

für $k=1$

Fig. 25

für k = 2 und n_z = 1, 2, 3, ... bei t_1
n_y = 1, 2, 3, ... bei t_2
. .
. .
. .



für $k=2$

Fig. 26

Hierbei wird eine Zusammenfassung temporal gleichartiger Bearbeitungsdauer von n Eingangseinheiten eliminiert.

3) ... für homogene Eingangseinheiten auf heterogenen Bearbeitungsstellen (Fall $\delta^{\sim}$)

Die in diesem Fall auftauchende Problematik liegt 1. in der theoretisch wie praktisch möglichen streng deterministischen Prozeßablaufordnung, d.h. jede der n_j Eingangseinheiten muß die Bearbeitungsfolge auf den Bearbeitungsstellen k_1, k_2, k_3, ... beachten.

Es besteht demnach nicht die Möglichkeit, eine Bearbeitungsstelle zu überspringen. Die Ergänzung hierzu wäre in einem Überspringen von irgendeiner Bearbeitungsstelle zu finden. Eine übersichtliche Darstellung kann durch folgende Untergruppierung gegeben werden:

1. ... ohne Überspringen:

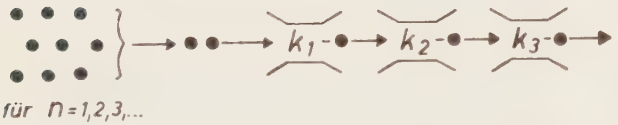


Fig. 27

2. ... mit Überspringen:

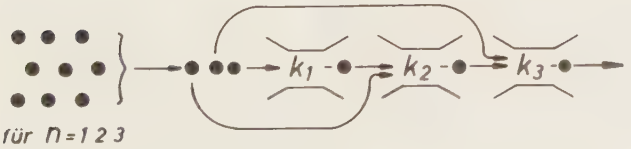


Fig. 28

Die diesem Problem anhaftende Schwierigkeit besteht darin, bei einem Überspringen die optimale Reihenfolge zu bestimmen, d.h. welche Bearbeitungsstelle zuerst, welche an zweiter Stelle, etc. zu belegen ist. Die dabei erforderliche Gesamtablaufzeit zu minimieren, ist wiederum von den technischen Beschränkungen abhängig.

4) ... für heterogene Eingangseinheiten auf heterogenen Bearbeitungsstellen (Fall δ)

Die Möglichkeiten in diesem Fall sind wiederum zu untergliedern in:

1. ... für n_j verschiedenartige Eingangseinheiten
   a) mit temporal gleichen Abfertigungszeiten,
   b) mit temporal ungleichen Abfertigungszeiten;

2. ... für n_j verschiedenartige Eingangseinheiten
   a) mit streng deterministischer Bearbeitungsfolge in k_i Bearbeitungsstellen (für i = 1, 2, ...) ohne Überspringen,
   b) mit stochastischer Bearbeitungsfolge in k_i Bearbeitungsstellen mit Überspringen;

Diese Möglichkeiten bedürfen einer näheren Erläuterung:

Zu 1.: Hierbei können die verschiedenartigen Eingangseinheiten mit gleichen Abfertigungszeiten zusammengefaßt werden und entweder kontinuierlich hintereinander in der Abfertigungsstellenreihenfolge den

Abfertigungsstellen k_i (i = 1, 2, 3, ...) zugeführt werden oder mit der Möglichkeit des Überspringens eine der leerstehenden bzw. gerade mit einer Leerzeit behafteten Bearbeitungsstellen aufsuchen.
Für diese Alternative ergeben sich folgende Übersichten:

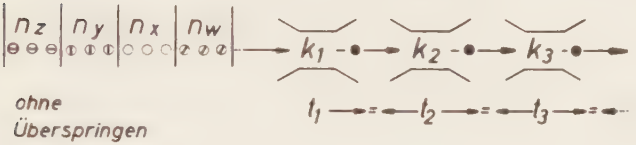


Fig. 29

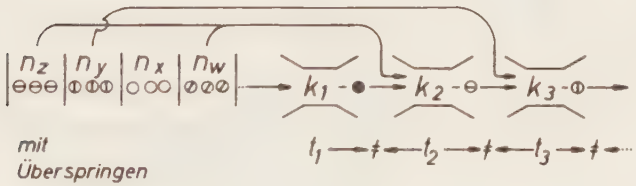


Fig. 30

Zu 2.: Die Abfertigungs- bzw. Bearbeitungszeiten t_b (b = 1, 2, ...) für n_j Eingangseinheiten (j = z, y, x, w, ...) sind ungleich, also $t_1 \quad |n_z| \neq t_2 \quad |n_y| \neq t_3 \quad |n_x| \neq \ldots$; die gleichen Schemata (Fig 29 und 30) mit der Ausnahme der Ungleichheit von t_b können verwendet werden, d.h. ohne oder/und mit Überspringen und nicht festgelegter Reihenfolge für n_j, wobei j in der

Reihenfolge |x| , |z| , |y| , |w| oder |y| , |z| , |x| , |w| oder ..... vorkommen kann (bei 4! = 24 Kombinationen):

ohne Überspringen:

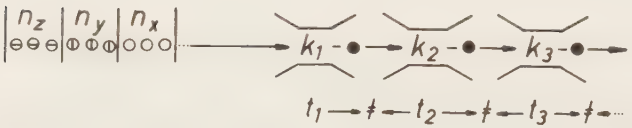


Fig. 31

mit Überspringen:

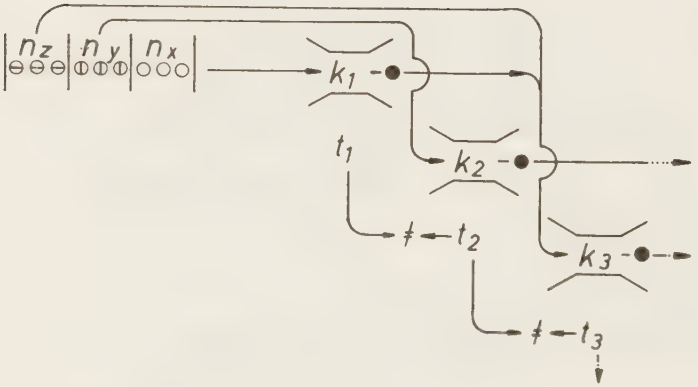


Fig. 32

Eine weitere Extremdarstellung bedarf keiner weiteren Kommentierung, da derartige Fälle analog zu betrachten sind, nämlich für n = 1, 2, 3, ... verschiedenartige Eingangseinheiten auf k = 1, 2,

3, ... verschiedenartigen Bearbeitungsstellen, unter der Voraussetzung, daß z. B. n_1 in k_1, n_2 in k_2, etc. bearbeitet werden:

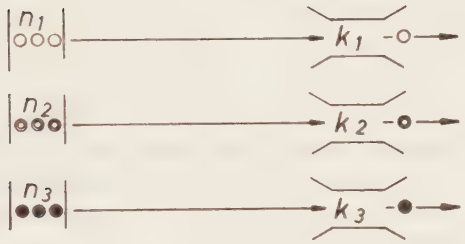


Fig. 33

4122 Problematik der Wartezeiten bei Eingangseinheiten und der Leerzeiten bei Abfertigungs- bzw. Bearbeitungsstellen

a) Erläuterung der Problematik

Es wird wiederum vorausgesetzt, daß bei Ablaufplanungsmodellen - verglichen mit Ablaufplanungsprogrammen der Praxis - die Eingangsrate von Einheiten sowie die Bearbeitungsfolge bzw. Anzahl der Bearbeitungsstellen deterministisch und regelbar sind.
Folglich scheiden Stauungen im Sinn der Warteschlangentheorie vor den Bearbeitungsstellen aus.

In den weiteren Ausführungen werden jedoch diese Annahmen nicht immer aufrecht erhalten werden können, wenn z.B. bei einem Bearbeitungsfolgeprogramm auf Grund einer Ablaufplanungsberechnung die Bearbeitung beispielsweise in der 2. Bearbeitungsstelle (k_2) oder der 3. Bearbeitungsstelle (k_3) statt in der 1. Bearbeitungsstelle (k_1) begonnen wird. Das bedeutet, daß k_1 entweder eine Leerzeit erfährt oder die 1. Eingangseinheit (n_1) einer Wartezeit unterliegt, etc.

Die diesem Abschnitt obliegenden Probleme können in folgender Weise abgegrenzt werden, wobei die beiden Ausdrücke "Warte- und Leerzeit" zu dem einzigen Ausdruck "Totzeit" zusammengezogen werden, da dieses synonym für beide die Gegebenheiten wiedergibt:

	Totzeiten	
	von Eingangs-Einheiten	von Bearbeitungs-Stellen
direkt	auf Grund von zufälligen Störungen in den Bearbeitungsstellen	
indirekt	lt. vorangehender Berechnung des Ablaufplanungs-programms	

Wie dem Schema zu entnehmen ist, können die Totzeiten für beide Parameter, d.h. Eingangseinheiten und Bearbeitungsstellen, auf Grund von Störungen in den Bearbeitungsstellen auftreten. Diese Störungen können beispielsweise in der Art von plötzlichem Personalausfall, Maschinenbruch, etc. eintreten. Dadurch erfahren 1. die in dieser ausfallenden Bearbeitungsstelle befindliche Eingangseinheit eine Wartezeit und 2. die nach der Ausfallstelle angeordneten Bearbeitungsstellen - je nach Ablauf der jeweiligen Bearbeitungszeit der in ihnen befindlichen Eingangseinheiten - temporal gestaffelt eine Leerzeit.

Je nach Dauer der Behebung des Ausfalls, der Reparatur, etc. können die Eingangseinheiten, die sich in den Bearbeitungsstellen vor der Ausfallstelle befinden, ebenfalls eine Wartezeit erfahren und analog dazu die Bearbeitungsstellen eine Leerzeit zu verzeichnen haben.

Das bedeutet eine Stockung des gesamten Prozeßablaufs. Diesen evtl. Störungen, d.h., den dem Zufall unterliegenden Ausfällen, stehen die bewußt geschaffenen Totzeiten auf Grund von vor Prozeßablauf durchgeführten Ablaufplanungsberechnungen gegenüber. Die vorgenommene Einteilung in direkte und indirekte Totzeiten bedarf einer eingehenderen Erläuterung.

In diesem Zusammenhang können die direkten Totzeiten auch als stochastische Totzeiten bezeichnet werden, da der Eintritt von Störungen dem Zufall unterliegt. Das Attribut "direkt" mag im ersten Augenblick verwirren, und es könnte darauf verwiesen werden, daß bei stochastischen Störungen der Ausdruck "indirekte Totzeit" zutreffender wäre, weil bei eingeplanten Totzeiten auf Grund von Ablaufplanungsberechnungen eine sogenannte "direkte" Beachtung von Totzeiten vorgenommen wird.

Dieser Einwand mag überzeugend sein, er trifft aber nicht zu, da unter Beachtung eines Wartezeittheorems eine eingeplante Totzeit keine echte Wartezeit im Sinn der Warteschlangentheorie ist, sondern - in Überschneidung mit den Ablaufplanungsmodellen - auf Grund der deterministisch regelbaren Zugangsrate von Einheiten diese Totzeit in den Bereich der Bereitstellung von Eingangseinheiten fällt.

Folglich soll mit der Definitionsabgrenzung laut Übersicht in direkte und indirekte Totzeiten für stochastische und deterministische Störungen jeglicher Art

den Kriterien von Warteschlangen- und Ablaufplanungstheoremen entsprochen werden.

b) Abgrenzung der Ausfalls- bzw. Totzeiten

ba) Indirekte Totzeiten

Die Voranstellung der indirekten vor den direkten Totzeiten wird mit den Voraussetzungen der Ablaufplanung begründet.
Eine Ablaufplanung wird mit der Aufstellung des Ablaufprogramms, der sogenannten Prozeßplanung [1], begonnen. Der Arbeitsbeginn in den einzelnen Bearbeitungsstellen wird in dem Programm festgelegt. Dabei kann der Fall eintreten, daß eine oder mehrere der Bearbeitungsstellen eine Totzeit erfahren. Dieses Problem soll Gegenstand des nächsten Unterpunktes sein.

1) ... in Bearbeitungsstellen

Es soll angenommen werden, daß n_j Eingangseinheiten ($j = 1, 2, 3, \ldots$) von k_i Bearbeitungsstellen ($i = 1, 2, 3, \ldots$) abgefertigt werden können. Hierbei ist laut Programmplanung Voraussetzung, daß jede der n_j Einheiten nacheinander - also ohne Überspringen - auf allen k_i Stellen bearbeitet werden muß.

Die Reihenfolge der Bearbeitung von n_j Einheiten auf k_i Stellen und deren Bearbeitungszeiten ist bekannt und im Programm festgelegt. Die n_j Einheiten sollen die k_i Stellen in der kontinuierlichen Reihenfolge k_1, k_2, ... durchlaufen. Angenommen, es kann - unter Voraussetzung eindeutig bestimmter Bearbeitungszeiten t_v

1) Vgl. Gutenberg, E., ..., a.a.O., S. 125 ff.

($v = 1, 2$) für n_j - an Hand eines bereits vertrauten Schemas, des Gantt-Diagramms, folgende Übersicht geschaffen werden:

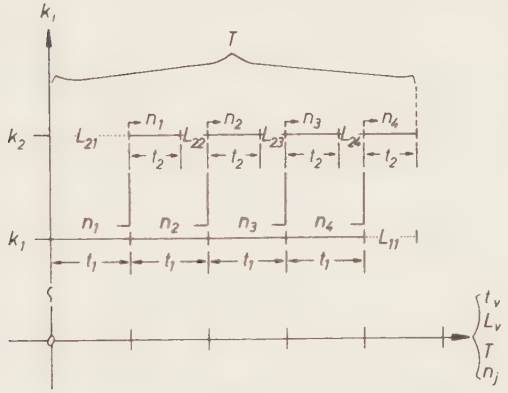


Fig. 34

Daraus folgt, daß der Bearbeitungsstelle k_1 die Eingangseinheit n_1 mit der Bearbeitungszeit t_1 zugeordnet wird. Nach Ablauf von t_1 in k_1 wird n_1 an k_2 übergeben. Die Bearbeitungsstelle k_2 hat demanch eine Leerzeit L_{21}, die gleich der Bearbeitungszeit von n_1 in k_1 ist, also $L_{21} = t_1$.

Es soll weiterhin in diesem Modell gelten, daß die Bearbeitungszeiten in k_2 kleiner als diejenigen in k_1 sind, also $t_2 < t_1$. Daraus folgt, daß nach Bearbeitung von n_1 in k_2 für k_2 eine Leerzeit bis zum Ende des zweiten Bearbeitungsintervalls in k_1 für n_2 zu verzeichnen ist, die aus der Differenz von t_1 und t_2 resultiert, also $L_{22} = t_1 - t_2$.

Die Totzeiten für k_2 treten in diesem Modellfall bis nach Bearbeitung von n_3 in k_2 auf. Nach Bearbeitung

von n_4 in k_1 wechselt n_4 nach k_2, und k_1 erfährt eine Leerzeit in der Bearbeitungsintervallgröße t_2. Somit ist die Gesamtdurchlaufzeit für n_j ($j = 1, \ldots, 4$) auf k_i ($i = 1, 2$) gleich jeweils den vier Bearbeitungsintervallen von t_1 bzw. t_2, vermehrt um die Leerzeiten, also:

$$T = 4t_1 + L_{1,x} \qquad (x = 1;\ L_{1,1} = t_2)$$
$$= 4t_1 + t_2$$

oder

$$T = 4t_2 + L_{2,1} + 3L_{2,y} \qquad (y = 2,3,4;\ L_{2,1} = t_1;\ L_{2,y} = t_1 - t_2)$$
$$= 4t_2 + t_1 + 3(t_1 - t_2)$$
$$= 4t_2 + t_1 + 3t_1 - 3t_2$$
$$= 4t_1 + t_2 \qquad (\text{für } t_1 \geq t_2).$$

Wie man leicht sieht, folgt für den allgemeinen Fall:

$$T = t_1 + t_2 + 3\max t_i \qquad \text{für } i = 1;\ 2 \text{ und beliebige } t_1\ ;\ t_2\ .$$

Für den Fall des Überspringens von einer oder mehreren Bearbeitungsstellen treten ähnliche Erscheinungen von Leerzeitintervallen auf. Es wird aber hierbei immer ein Hauptaugenmerk der Ablaufplaner geben, die Gesamtdurchlaufzeit unter Voraussetzung der optimalen Reihenfolge von n_j in k_i zu minimieren. Eine Totzeitberechnung wird nur sekundär durchgeführt.

2) ... von Eingangseinheiten

Die Totzeiten von n_j treten - in Anlehnung an das vorangehende Modell - erst in zweiter Linie in Erscheinung. Es gibt auf Grund von deterministischen und regelbaren Eingangsraten keine direkten Totzeiten. Die Eingangseinheiten werden - je nach Bedarf bzw. Programmberechnung - abberufen oder bereitgestellt und können höchstens unter Voraussetzung von mehreren Arbeitsgängen in verschiedenen Bearbeitungsstellen vor einer der k_i Bearbeitungsstellen eine von vornherein geplante Totzeit - also indirekt - erfahren.

bb) Direkte Totzeiten

Die direkten Totzeiten unterliegen nicht einer deterministischen Planungsberechnung. In diesem Fall können die k_i Bearbeitungsstellen zu irgendeinem Zeitpunkt eine zufällige Störung erfahren.

Eine ähnliche Situation kann den Eingangseinheiten begegnen, nämlich verspätete Bereitstellung, Beschaffungsengpässe etc. von Eingangseinheiten, rekursiv zu bezeichnende Totzeiten von Eingangseinheiten auf Grund der stochastischen Störung in der ersten Bearbeitungsstelle etc.

1) ... in Bearbeitungsstellen

Um den Gesamtströmungsbereich so klein wie möglich und damit das risikofreie Arbeiten so weit wie möglich abzugrenzen, kann der Gesamtbereich in Teilbereiche aufgeteilt werden. Es soll als Modellfall sofort der mit dem

größten Schwierigkeitsgrad behaftete herausgegriffen und diese spezielle Problematik an Hand von Bearbeitungs- bzw. Abfertigungsfolgen von k_i verschiedenen Bearbeitungsstellen für n_j verschiedene Eingangseinheiten untersucht werden.

Auf Grund von k_i verschiedenen Bearbeitungsstellen können die für die Bearbeitungsart zutreffenden, speziellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Störungen aufgestellt werden. Ist dieses für jede k_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) geschehen, so können Entscheidungen darüber getroffen werden, welche Freiheitsgrade der Streuung relevant sind. Es können entweder Ersatzbearbeitungsstellen bereitgestellt oder die Bearbeitungszeiten um eine bestimmte Größe erhöht werden, um somit Störungen und die damit verbundenen Totzeiten aufzufangen.

Werden somit brauchbare Ergebnisse erzielt, so können diese Streuungsmaße der Zeit mit eingeplant und das Problem der direkten Totzeiten auf das Kriterium von indirekten - also deterministischen - Totzeiten reduziert werden.

Ein Schaubild soll diese Problematik wiedergeben:

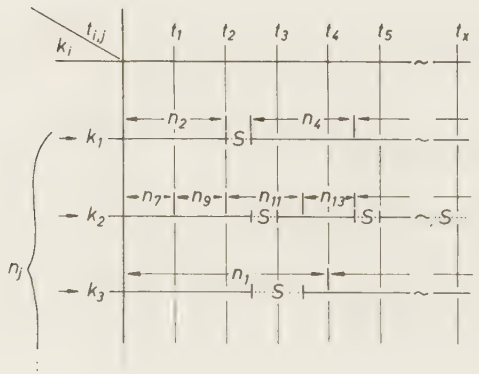


Fig. 35

Diesem Schaubild wird entnommen, daß n_j (j = 1, 2, 3, ...) Eingangseinheiten k_i (i = 1, 2, 3, ...) Bearbeitungsstellen zugeordnet sind.
Die Bearbeitungsstellen weisen verschiedene Strukturen auf. Die Eingangseinheiten erfahren verschiedene Bearbeitungszeiten $t_{i,j}$. So werden beispielsweise die Eingangseinheiten n_2 und n_4 auf Bearbeitungsstelle k_1 je 2 Zeiteinheiten (von t_o - t_2, $t_{2/3}$ - $t_{4,5,...}$), die Eingangseinheiten $n_{7,9,11,13}$ auf k_2 jeweils nur 1 Zeiteinheit und n_1 auf k_3 3 Zeiteinheiten lang bearbeitet. Die punktierten und mit S gekennzeichneten Strecken stellen Störungs- bzw. Totzeiten für k_i und damit gleichzeitig für die in k_i sich gerade befindenden n_j dar. Diese Totzeiten in k_i sollen zufällig auftreten. Der eingangs erwähnte Gesamtbereich wird nun in Teilbereiche aufgeteilt, in dem das Ablaufplanungsmodell für k_i Bearbeitungsstellen und n_j Eingangseinheiten in die partiellen Modelle mit $k_1/n_{2,4,...}/k_2/n_{7,9,11,13,...}/k_3/n_1/$ etc. überführt wird. Die einzelnen Risikobereiche R_i für k_i (i = 1, 2, 3, ...) lassen sich besser erfassen als der kumulative Risikobereich $R_{Ges.}$ für alle k_i .

Besteht nun die Möglichkeit, die Störungsperioden t_S für die Bearbeitungsstellen k_i auf Grund von Erfahrungsdaten statistisch zu erfassen, so können für diese t_S Häufigkeitsverteilungen aufgestellt werden. Die Maximalwerte - erweitert um die Streuungskoeffizienten σ - finden dann Eingang in die Aufstellung des Ablaufplanungsprogramms, so daß z.B. für k_1 die Bearbeitung von $n_{2,4,...}$ von bisher 2 Zeiteinheiten um den Risikofaktor R_1, für k_2 die Bearbeitung von $n_{7,9,11,13,...}$ von bisher 1 Zeiteinheit um den Risikofaktor R_2, für k_3 die Bearbeitung von $n_{1,...}$ von bisher 3 Zeiteinheiten um den Risikofaktor R_3, etc. erhöht wird.

Stehen im Gegensatz hierzu überhaupt keine Erfahrungsdaten oder Vergleichswerte zur Verfügung, das heißt, handelt es sich z.B. um eine erstmalige Investition bzw. um eine Inbetriebnahme von Anlagen, die auf Grund des technischen Fortschrittes bar jeden Erfahrungswertes sind, dann muß jede Betriebsperiode - kurzfristig - ausgewertet werden. Diese "Schritt-für-Schritt-Methode" - auch als "Versuchs-Irrtums-Methode" bekannt - würde folgenden Verlauf nehmen:

Es wird hierfür nur eine Bearbeitungsstelle k_1 benutzt; diese wird eine Periode t_1 in Betrieb genommen; nach Ablauf dieser Periode t_1 werden die stochastischen Störungen gemessen (falls überhaupt derartige Störungen auftreten; wenn keine auftreten, wird die Periode so oft wiederholt, bis derartige Störungen zu verzeichnen sind). Die - auf die Teilzeiteinheiten in t_1 verteilten - Störungseintritte und - behebungen werden in einer Häufigkeitsverteilung erfaßt, und der Maximalwert wird der nächsten Periode t_2 zugeschlagen. Hierbei ist Voraussetzung, daß die reinen Versuchsperioden t_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) - ohne Störungswerte - jeweils gleich lang sind. Die Periode t_2 wird nun wie t_1 behandelt.

Sind die Störungen in der folgenden Versuchsperiode t_3 beispielsweise geringer als in t_2 und treten in den weiteren Versuchsperioden jeweils unterschiedliche Störungsintervalle auf, so können die Versuchsperioden nach beliebiger Dauer abgebrochen, die Durchschnittswerte der Störungslängen ermittelt werden und als "Pseudo-Erfahrungswerte" der Ablaufplanungsberechnung dienen. Der Zeitpunkt des Versuchsperiodenstopps ist nicht generell, sondern nur von Fall zu Fall festzusetzen und findet seine Begrenzung in der Wirtschaftlichkeitsberechnung des sogenannten Investitionsobjektes.

Diese in der Praxis oftmals mit erheblichen Kosten verbundenen Versuchs- oder Testverfahren können auch mit Hilfe der bereits beschriebenen Simulationen (Monte-Carlo-Technik) theoretisch durchgespielt werden. Der analytisch-mathematische Ansatz ist im Vergleich zu der sich anschließenden numerischen Untersuchung geringfügig und wird dem Praktiker wenig Schwierigkeiten bereiten.

Die auf diese Weise gewonnenen Werte für die risikobegrenzten bzw. risikobereinigten Perioden t_i können nun wiederum in die Ablaufplanung einbezogen werden und gelten - auf Grund der einzuplanenden indirekten Totzeiten (synonym zu den Störungszeiten) - als eindeutig deterministisch.

2) ... von Eingangseinheiten

Auch hier gilt - analog den Ausführungen über "Direkte Totzeiten von Bearbeitungsstellen" - die Abgrenzung, daß die Eingangseinheiten deterministisch erfaßbar sein sollen. Tritt der Fall ein, daß

1. die Zufuhr oder Bereitstellung der Eingangseinheiten stockt, der Nachschub nicht rechtzeitig - also nicht planmäßig - eintrifft oder

2. auf Grund einer Störung in den Bearbeitungsstellen die Eingangseinheiten unfreiwillig warten bzw. sich stauen,

dann kann von einer direkten Totzeit bzw. nicht eingeplanten Leerzeit gesprochen werden. Eine Risikobegrenzung bzw. Risikobereinigung kann in gleicher Weise vorgenommen werden, wie sie für die Bearbeitungsstellen Beachtung gefunden hat.

4.5 Abgrenzung von Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen mit Hilfe direkter und/oder indirekter Totzeiten

Den Ausführungen des letzten Abschnittes über indirekte und direkte Totzeiten wird entnommen, daß indirekte Totzeiten - nach vorangehender Definition - eingeplante Totzeiten darstellen. Das Ablaufprogramm kann diese Totzeiten einerseits für die Eingangseinheiten und andererseits für die Bearbeitungsstellen aufweisen.

Die direkten Totzeiten sind folglich als stochastische Zeiten zu bezeichnen. In diesem Fall geht das streng deterministische Ablaufplanungsmodell in ein stochastisches oder Wartezeit-Modell über.

Der Zusatz "stochastisch" deutet schon an, daß das klassische Wartezeitmodell stochastischen Charakters ist.

Analog der Berechnungsweise von Wartezeitproblemen wird das stochastische Modell in ein pseudo-deterministisches überführt, um den Forderungen der deterministischen Ablaufplanung zu genügen. Das Auftreten von Störungen in k_i Bearbeitungsstellen ($i = 1, 2, 3, \ldots$) besagt, daß die Bearbeitungszeiten in k_i nicht eindeutig deterministisch sein können. Auf Grund von Störungen in den Bearbeitungsstellen und - analog hierzu - in der Bereitstellung der Eingangseinheiten können die Bearbeitungszeiten t_i in k_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) und die Eingangszeiten t_j für n_j ($j = 1, 2, 3, \ldots$) nur mit einem gewissen Fehler geschätzt werden. Ist die Fehlerstreuung der Schätzung bekannt, dann bereitet die Lösung z. B. mit Hilfe der Streuungsmaße σ_1, σ_2 oder σ_3 keine Schwierigkeiten.

Ist dagegen die Varianz der Schätzungen auf keinen annähernden Erfahrungswert oder dergl. zu stützen, so müssen einerseits ein Mittelwert und andererseits zwei Extremwerte zu Hilfe genommen werden. Es wird also ein Modell

mit drei Schätzwerten gebildet, nämlich diejenigen mit der wahrscheinlichsten, der längsten und der kürzesten Zeit für t_i und t_j.

Mit Hilfe von ERLANG's Geburts- und Sterbeprozeß-Verteilung [1] kann dieses Modell mit den drei Werten einen Mittelwert und dessen vertretbare Abweichung abgeben, die in die Berechnung von Ablaufplanungsaufgaben als sogenannte pseudodeterministische Größe Eingang findet. Die direkten Totzeiten können somit erfaßt und - laut Definition - als indirekte Totzeiten bei der Ablaufplanung berücksichtigt werden.
Das besagt, daß das Ablaufplanungsmodell mit seinen stochastischen Daten in ein Wartezeitmodell überführt bzw. das auf Grund von Störungen stochastischen Charakters nicht mehr eindeutige Ablaufplanungsmodell in ein stochastisches verwandelt wird. Diese Art von Ablaufplanungsmodellen zum Unterschied von eindeutig deterministischen Modellen auf Grund der sehr engen Verbindung mit den Wartezeitmodellen soll als "pseudo-deterministisches" Ablaufplanungsmodell bezeichnet werden.

---

1) Vgl. S. 48 ff. dieser Arbeit.

42 Wartezeitprobleme im speziellen Ablaufplanungsmodell

421 Gemeinsame Grundlagen von Wartezeit- und speziellen Ablaufplanungsmodellen

Das generelle Ablaufplanungsmodell umfaßt primär das Postulat der optimalen Reihenfolge von

1. Einheiten, die zur Bearbeitung bzw. Abfertigung anstehen oder/und
2. Bearbeitungs- bzw. Abfertigungsstellen, denen abzufertigende Einheiten zugeführt werden.

Beide Gegebenheiten unterliegen wiederum sekundär dem Postulat der Durchlaufszeit-Minimierung.

Dem speziellen Ablaufplanungsmodell liegt die Problematik der optimalen Zeitplanung zugrunde. Deshalb zeigt die spezielle Ablaufplanung mit ihrem Verfahren der Terminplanung einen höheren Grad der Verwandtschaft zu den Wartezeitmodellen als die generelle Ablaufplanung mit dem Verfahren der optimalen Reihenfolge es darzustellen vermag [1].

Dem reinen Wartezeitmodell obliegt es, die Wartezeiten der ankommenden Einheiten und die Leerzeiten der Abfertigungsstellen parallel zu minimieren und gleichzeitig eine optimale Auslastung der Abfertigungsstellen zu erzielen.

Das spezielle Ablaufplanungsmodell will ebenfalls eine Zeitminimierung demonstrieren, wobei jedoch jeweils ein Parameter konstant und deterministisch ist. Die restlichen Parameter können

1. variabel und deterministisch und/oder
2. variabel und stochastisch sein.

---

1) Vgl. auch hierzu S. 199 ff. dieser Arbeit.

Die somit umrissenen gemeinsamen Grundlagen der Terminplanungs- mit den Wartezeit-Modellen sind:

1. Erfassung und Berechnung der stochastischen Zeitpunkt- und Zeitraum-Probleme,
2. Erfassung und Berechnung der Wartezeit- und Leerzeitparameter und
3. die graphische Darstellung von dynamischen Zeitraumproblemen.

422 Das Terminplanungsmodell

4221 Grundlegung

"Die Entwicklung der wirtschaftlichen und technischen Daten im inner- und außerbetrieblichen Raum unterliegt Zufälligkeiten, welche die Stetigkeit des betrieblichen Geschehens stören können." [1] Hierbei soll die "Stetigkeit" nicht als latente Erscheinung definiert, sondern - der Dynamik des Betriebsgeschehens entsprechend - als kontinuierliche Prosperität bezeichnet werden.

Diese o.a. Zufälligkeiten entsprechen wiederum den bereits umschriebenen stochastischen Ereignissen aus den Wartezeit- und Ablaufplanungsmodellen. Eine Abgrenzung der Zufälligkeiten und der Versuch, sie auszuschalten, bedarf einer möglichst weitgehenden Analyse in der Form einer zukunftgerichteten Planung. Die dabei zu fixierenden Erwartungen müssen einen relativ hohen Sicherheitsgrad besitzen, wenn die Summe dieser Erwartungen - als Planen bezeichnet - für den dispositiven Faktor eines Betriebes, d.h. für die Geschäftsführung, als wirksames Instrument der Entscheidungsvorbereitung und -ausführung gelten soll. Die dafür notwendige Systematik ist in den

---

1) Vgl. dazu Lücke, W., Finanzplanung und Finanzkontrolle, a.a.O., S. 13.

Grundlagen der Zeitplanung zu finden, und diese ersten Zeitpunkt- bzw. -raumfixierungen bis zum endgültigen, ausgereiften und gründlich erarbeiteten Plan bilden den Rahmen eines Terminplanungsmodells.

42211 Traditionelle Terminplanung

Die traditionellen Terminplanungsmodelle beruh(t)en auf der Alternative der besonderen Beachtung

1. des Prozeßbeginns und/oder
2. des Prozeßendes.

Dazu bedient(e) man sich zwecks optischer Darstellung der bereits beschriebenen Gantt-Karten.

Auch heute und ferner wird dieses Hilfsmittel Verwendung finden, wenn die Voraussetzungen in der Form einfachster Planungsmodelle vorliegen.

Wie das Wirtschaftsgeschehen zeigt, werden die Prozeßabläufe - auch partiell betrachtet - immer komplexer, so daß die traditionellen Gantt-Karten an sich allein den Anforderungen nicht mehr genügen und höchstens als Zusatz-Darstellungsmittel als unentbehrlich bezeichnet werden können. Die in jüngster Zeit an die erste Stelle gerückten Darstellungsweisen sind in den Netzwerk-Techniken zu sehen.

Beide Demonstrationsmittel sagen jedoch noch nichts darüber aus, in welcher Form die moderne Terminplanung realisiert wird.

Die Traditionelle Terminplanung befaßt sich nur mit der Zeitpunktbetrachtung, [1] d.h. der Zeitpunkt z.B. einer

---

1) Vgl. S. 195 ff. dieser Arbeit.

Prozeßbeendigung wird geplant. Die dafür notwendige Strukturanalyse genügte bisher vollkommen den Gegebenheiten.

Eine Anwendung der "Versuchs-Irrtums-Methode" ging zwar oftmals zu Lasten der Auftraggeber; man mußte jedoch die dabei entstehenden Zeitverluste hinnehmen. Mehr oder minder wurden auch Sicherheits- bzw. Unsicherheitskorrektur-Zeitfaktoren berücksichtigt, die jedoch eine Systematik nicht erkennen lassen. So konnte beispielsweise der Fall eintreten, daß ein laut Planung fixierter Ablieferungstermin T_x von der Geschäftsführung bewußt um eine bestimmte Zeitspanne Δt kursiv oder auch rekursiv verändert wurde (Fig. 36).

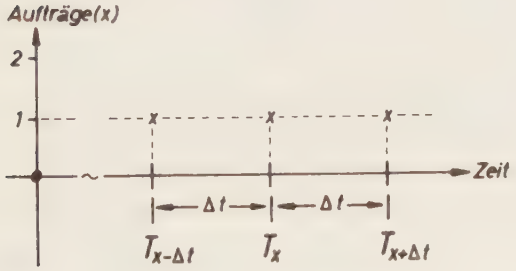


Fig. 36

Die kursive Veränderung von T_x auf $T_x + \Delta t$ um Δt soll stochastische Ablaufstörungen erfassen. Die rekursive Veränderung von T_x auf $T_x - \Delta t$ um Δt kann

1. aufgrund neuester Kommunikationen den Programmplan reduzieren, so daß der Ablieferungstermin eines Produktes zu $T_{x-} \Delta t$ eindeutig ist oder
2. aufgrund wirtschaftspolitischer Maßnahmen strategisch bewußt als Täuschung
   a) der Konkurrenz und
   b) des Auftraggebers
   vorgenommen werden, um den Auftrag aufgrund

beispielsweise einer Ausschreibung überhaupt erst zu bekommen (sofern ein finanzieller Voranschlag sekundär und die Zeitplanung primär ist).

In welcher Weise diese Täuschung dem Auftraggeber verschleiert und der deterministische Ablieferungstermin später realisiert wird, soll nicht Gegenstand der Untersuchung sein.

Situationen dieser Art mögen bei Betrieben, die keine Zulieferer benötigen, aufgrund emotionaler Programm- und Prozeßplanung mehr oder minder erfolgreich überwunden werden. Ist dagegen ein Produkt nur mit Hilfe von Fremdbetrieben versandreif zu gestalten, dann setzen die Schwierigkeiten ein, nicht nur den eigenen Ablieferungstermin zu bestimmen und auch einzuhalten, sondern auch denjenigen der Zulieferer erwartungsgemäß fest einplanen zu können. Komplexe Abläufe dieser Art sind seit jeher problemgebunden gewesen, so daß bei einfacher Darstellung den betreffenden Entscheidungsbefugten die Zeitpunktabstimmungen immense Schwierigkeiten bereiteten.

Bei Erweiterung der Fig. 36 [1] um die partiellen Zuliefererzeitachsen läßt die Fig. 37 folgende Darstellung zu:

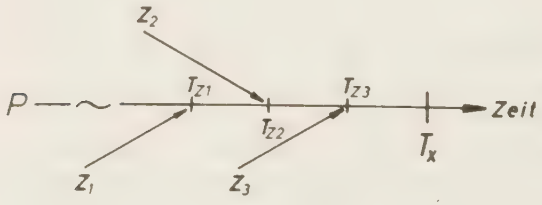


Fig. 37

1) Vgl. S. 231 dieser Arbeit.

Angenommen, der Produzent P verfügt nicht über einen vertikalen Aufbau seines Unternehmens, sondern bezieht Teile seines Produkts (Halbfabrikate) von Zuliefererbetrieben. In diesem Fall muß P mit seinen Zulieferern Z_1, Z_2 und Z_3 genaue Absprachen treffen, daß Z_1 zum Zeitpunkt T_{z1}, Z_2 zu T_{z2} und Z_3 zu T_{z3} die benötigten Halbfabrikate liefert, um im Betrieb des P den Prozeßablauf (z.B. Montageablauf) störungsfrei und das Endprodukt termingerecht zu gestalten. Voraussetzung ist natürlich eine auftrags- und termingebundene Fertigung und keine Fertigung, bei welcher die Produkte terminlos auf Lager gehen können.

Diese Problematik in komplexen Fertigungsweisen bildete auch den Ursprung, eine neue Terminplanung bzw. ein modernes Terminplanungsverfahren zu finden. Wie bei den ursprünglichen Methoden der Unternehmensforschung, so war auch hier "der Krieg der Vater aller Dinge". Obwohl es sich hier nur um den "Kalten Krieg" handelt, so besteht doch die Tatsache, daß die Vorrangigkeit militärischer Maßnahmen z.B. bei der Grundlegung moderner Planungsmethoden bezeichnend ist.

42212 Moderne Terminplanung

Der sogenannte Wettlauf um die eindeutige Vorherrschaft, das Wettrüsten der beiden Weltmächte "USA" und "UDSSR", bestimmte in den Jahren nach dem 2. Weltkrieg die Arbeitsweise und Forschungstätigkeit der betreffenden Waffengattungen.

Die in den USA in immer kürzeren Abständen angeforderten Zwischenberichte über den Stand der Entwicklungen zwang die den einzelnen Waffengattungen angeschlossenen Forschungsgruppen, ihre Termine in immer kürzeren Abständen zu überprüfen, so daß auch nahezu die geringste Störung erkannt wurde und Ablieferungstermine nahezu nicht mehr mit stochastischen Begleiterscheinungen behaftet waren bzw. nicht mehr fiktiv festgesetzt wurden, sondern mit

immer größeren Wahrscheinlichkeitsgraden versehen, nahezu als deterministisch galten.

Dieses kontinuierliche Kontrollieren, kursive und rekursive Korrekturvornahmen und die Fixierung von Extremzeitwerten führten schließlich zu dem Gerüst, das den modernen Terminplanungen zugrunde liegt.

Die soeben erwähnte Fixierung von Extremzeitwerten verläuft folgendermaßen:

> Es wird nach rationalen Überlegungen, Prozeß- und Programmanalysen und Terminabgrenzungen
>
> 1. ein äußerster bzw. maximaler und
> 2. ein kürzester bzw. minimaler
>
> Ablieferungs- bzw. Fertigungszeitpunkt geplant.

Durch laufende, kurzfristige Kontrollen, Korrektur der Zeitschätzungen und Zwischenberichte in möglichst kurzen und dem Prozeßablauf entsprechend konstanten Abständen werden die Zwischenergebnisse ausgewertet, Verbesserungen, Zeitverkürzungen, etc. vorgenommen, so daß Warte- und Leerzeitprobleme nahezu ausgeschaltet werden können.

Diese Korrekturen, kurzfristig und schnell wirksam, sind jedoch, wie bereits erwähnt, in komplexen Fertigungsbetrieben nur mit Hilfe von datenverarbeitenden Maschinen zu bewältigen. Folglich läuft die Entwicklung der neuen Methoden mit dem technischen Fortschritt der Datenverarbeitung nahezu konform. Dem ist entgegenzuhalten, daß menschliche Arbeitskräfte diese Maßnahmen auch vornehmen könnten. Bei guter Einteilung und nahezu unbegrenzter Verfügungsgewalt über diese Arbeitskräfte, ohne Berücksichtigung des Zeit- und Kostenfaktors, wäre dieses ohne weiteres möglich. Doch bilden die Zeit- und Kostenfaktoren Engpässe, die diese Vorhaben ad absurdum gelten

lassen. Folglich muß, dem Zwang der Zeit gehorchend, die rationelle Verfahrensweise auf der Basis von Datenverarbeitungsanlagen dominieren.

4222 Das Verfahren der modernen Terminplanung und ihre wichtigsten Methoden

Aufgrund der dezentralisierten Forschungsgruppen in den USA - analog den verschiedenen Waffengattungen - und der gleichzeitigen Auftragsvergabe seitens des Pentagons wurden die Verfahren der modernen Terminplanung aus den verschiedensten Richtungen angefaßt, nach verschiedenen Parametern variiert und danach auch benannt.
Prinzipiell basieren alle sogenannten Methoden [1] auf derselben Erkenntnis und denselben Grundlagen, nämlich der Warte- und Leerzeitminimierung und der möglichst deterministischen Terminbestimmung.

Die Beachtung weiterer Komponenten machte diese Verfahren zu den bedeutendsten Hilfsmitteln der Entscheidungsgrundlagen. An o.a. Komponenten sind inzwischen

1. die Kosten,
2. Erlöse,
3. Material,
4. Arbeitskräfte,
5. Rohstoffe etc.

mit herangezogen worden, so daß als Resultierende eine Optimalplanung zu nennen ist, die eine Koordinierung aller bisherigen Teilpläne umfaßt.

Die einzelnen staatlichen und privaten Forschungsgruppen veröffentlichten bis heute nahezu 40 verschiedene Methoden mit den verschiedenen Bezeichnungen des Terminplanungsverfahrens, die jeweils nach einer dominierenden

---

1) In den USA werden diese Methoden als "Systeme" definiert.

Komponente, dem Namen des Forschungsteams oder nach zweckgerichteter Weise benannt wurden. So z.B.: [1)]

1. ABLE (Activity Balance Line Evaluation), entwickelt von Missile ans Space Division, General Electric Company, Philadelphia 1, Pa., USA;

2. COMET (Computer Operated Management Evaluation Technique), entwickelt von U.S.Army Department Signal Corps Logistics Evaluation Committee, Philadelohia 3, Pa., USA;

3. CPM (Critical Path Method), entwickelt von Mauchly Associate, Inc., Fort Washington, Pa., und Remington Rand Univac, Military Department, Washington, PX 1842, USA;

4. DBPS (Decision Box Planning and Scheduling), entwickelt von IBM-Center, New York, USA;

5. HEPP (Hoffmann Evaluation Program and Prodedure), entwickelt von Military Products Division, Hoffmann Electronics Corporation, Los Angeles 54, Cal., USA;

6. CPA und WSPACS (Cost Planning and Appraisal; Weapon Systems Programming and Control System), entwickelt von Aeronautical Systems Division, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, USA;

7. ICON (Integrated Control), entwickelt von Sylvania Electronic Systems Division, Silvania Electric Products, Inc., Needham Heights 94, Mass., USA;

8. IMPACT (Integrated Managerial Programming Analysis Control Technique), entwickelt von Deputy for

---

1) Vgl. Miller, R.W., Schedule , Cost, and Profit Control with PERT, New York 1963, S. 207 ff.

Equipment Management GFAE Control Division, Aeronautical Systems Division, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, USA;

9. LESS (Least Cost Estimating and Scheduling), entwickelt von IBM-Corporation, Rockville, Md., USA;

10. MPACS (Management Planning and Control System), entwickelt von Federal Systems Division, IBM-Corporation, Rockville, Md., USA;

11. NAPECOC (NASA PERT and Companion Cost), entwickelt von Management Reports Office of Programs NASA, Washington 25, DC, USA;

12. PAR (Project Audit Report), entwickelt von Detroit M&E Division, Burroughs Corporation, Detroit 32, Mich., USA;

13. PEP (Program Evaluation Procedure),entwickelt von Air Force Systems Command (SCCS), Andrews Air Force Base, Washington 25, DC, USA;

14. PAAC (Program Analysis Adaptable Control Technique), entwickelt von Military Products Group Aeronautical Division, Minneapolis-Honeywell Regulator Company, Minneapolis 40, Minn., USA;

15. PLANNET (Planning Network), entwickelt von Guided Missile Range Division, Pan American World Airways, Patrik Air Force Base, Florida, USA;

16. PRISM (Program Reliability Information System for Management), entwickelt von US Navy Department, Washington 25, DC, USA;

17. PERT (Program Evaluation and Review Technique), entwickelt von IBM Data Processing Division, New York, und dem US-Navy Special Projects Office, USA;

18. RAMPS (Resource Allocation and Multi-Project-Scheduling), entwickelt von CEIR, Inc., Arlington 2, Va., USA;

19. TOES (Trade-Off Evaluation System), entwickelt von Research and Advanced Development Division, AVCO, Washington, DC, USA;

20. TOPS (The Operational PERT-System), entwickelt von Aerospace Corporation, El Segundo, Calif., USA;

21. TRACE (Task Reporting and Current Evaluation), entwickelt von Range Systems Division, Chance Vought Corporation, Dallas, Tex., USA;

.
.
.
etc.

Die CPM- und PERT-Methode als Grundlagen aller später entwickelten "Systeme" sollen Zweck und Ziel einer Untersuchung sein, um an ihr die Verbindung zu den Wartezeitmodellen zu zeigen.

42221 Die CPM-Methode

Unter dem Zwang, zu rationalisieren, stand die amerikanische Industrie vor ca. 10 Jahren vor der Frage, wie die Produktionsmittel am günstigsten einzusetzen wären. Ersatzinvestitionen und Instandhaltungsprobleme, Wartezeiten und Leerzeiten, etc. bedurften einer Planungsüberholung. Ebenfalls ergab sich in der Marktstruktur eine Veränderung, die den Anbietern eine immer größer werdende Beachtung des konsumorientierten Planens und Produzierens befahl. Waren die Anbieter in ihrer traditionellen Handlungsweise bis dahin einer produktionsorientierten Richtung gefolgt, so zwang die Indeterminiertheit der Nach-

frage [1] sie dazu, durch werbe- und wettbewerbspolitische Maßnahmen der Konsumorientierung mehr Beachtung zu schenken.

Ein besonderer Schwierigkeitsgrad oblag beispielsweise der chemischen Industrie, die aufgrund ihrer Kuppelproduktion [2] an ein starres bzw. nur begrenzt variierbares Output-Verhältnis gebunden ist. Unter diesen Voraussetzungen versuchte auch der amerikanische Chemiekonzern DUPONT DE NEMOURS & Co. Optimalitätskriterien zu finden. In Zusammenarbeit mit Remington Rand Univac wurde an einer Planungsmethode gearbeitet, die bestimmten Anforderungen entsprechen sollte.
Das Ergebnis der Untersuchungen lag 1957 in Modellform vor und wurde - als Hilfsmittel zur Abstimmung von Teilvorgängen - unter der Bezeichnung CPM (Critical Path Method), d.h. "Methode zur Bestimmung des kritischen Wegs" bekannt. [3]

Die CPM-Methode wird durch folgende drei Punkte charakterisiert:

Mit Hilfe von CPM sollen

a) eine Planung der Ereignisse in logischer Reihenfolge unter Beachtung des Zeitfaktors,

b) eine Koordination von parallel verlaufenden Abläufen und

c) eine Kontrolle der komplexen Abläufe und Vorgänge

durchgeführt werden.

---

1) Vgl. besonders Rittig, G., Die Indeterminiertheit des Preissystems, in: Jahrbuch f. Sozialwissenschaft; Teil A, in: Bd. 1, 1950, S. 213-244; Teil B in: Bd. 2, 1951, S. 62 - 91.

2) Vgl.dazu besonders Angermann, A., Gleichgewichtskalkulation, a.a.O., S. 29 ff.

3) Vgl. Remington Rand UNIVAC, Fundamentals of Network Planning and Analysis, UNIVAC Military Department, Nr. PX 1842 B, Washington 1962.

In einem CPM-Netzwerk müssen jeweils zwei Ereigniszeitpunkte durch einen Streckenzug verbunden werden, dem eine Handlung, eine Tätigkeit oder - hierfür speziell ausgedrückt - eine Aktivität zugrunde liegt. Dieser Streckenzug, der als Kante bezeichnet wird, stellt folglich eine Aktivität dar. Die Ereigniszeitpunkte sind jeweils zeitneutral.

Eine Aktivität kann entweder zu einem frühest- oder spätestmöglichen Ereigniszeitpunkt beginnen. Analog kann auch die Beendung eintreten. Aus der Differenz der spätestmöglichen Beendung und des frühestmöglichen Starts einer Aktivität resultiert die maximal zur Verfügung stehende Zeit. Ebenso erhält man aus der Differenz von spätestmöglichem Beginn und frühestmöglicher Beendung einer Aktivität das Zeitminimum.

Die Übereinstimmung der realen Ablaufzeit der Aktivität mit der geplanten Maximalzeit führt zu der Tatsache, daß diese Aktivität als kritisch bezeichnet werden muß. Befinden sich mehrere kritische Aktivitäten im Gesamtplanungsobjekt, so bildet diese Folge der kritischen Aktivitäten den "kritischen Weg", was bei dieser Methode zu der Bezeichnung "Methode des kritischen Weges" führte.

Dieser kritische Weg besagt, daß jede Realisierung der Terminplanung den Endtermin und somit die zeitgerechte Auftragsabwicklung in Frage stellt, wenn Störungen eintreten, da auf diesem Weg keine Zeittoleranzen oder - wiederum speziell ausgedrückt - kein Schlupf vorhanden ist. [1)]

---

1) Eine Absicherung findet man meistens in der Art von Sicherheitsbeständen, Ersatzteillagern, Hilfsmaschinen, Ersatzarbeitskräften, Springerkolonnen, eingeplante Zeitreserven etc.

42222 Die PERT-Methode

Während CPM teilweise in militärischer Hinsicht mit dem Endziel der Gewinnung neuer Erkenntnisse von einem Privatunternehmen (DUPONT DE NEMOURS) erarbeitet und danach in der generellen Industrie heimisch wurde, standen bei PERT nur militärische Projekte im Vordergrund. [1] Dies mag auch die Ursache dafür sein, daß die PERT-Methode mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung die stochastischen Momente der Planung zu erfassen sucht.
Bei militärischen Planungen ist es von besonderer Wichtigkeit, das Moment der Unsicherheit bzw. das des Zufalls zu beachten, abzugrenzen und - wenn möglich - berechenbar zu machen. [2]

So standen die USA vor ca. 10 Jahren vor der Frage, wie der russische Vorsprung auf dem Gebiet der Raketenentwicklung in kürzester Zeit wieder eingeholt werden kann. Hierfür wurden

1. das Ozeanic System und
2. das strategische Bomberkommando

geschaffen. Das Ozeanic System arbeitete an dem Polarisprogramm. Das strategische Bomberkommando stützte sich auf Langstreckenbomber.

Die Forschungsgruppen der US-Marine entwickelten 1958 aufgrund der Zeitnot das PERT-System (Program Evaluation and Review Technique, d.h. Programmbewertungs- und Prüfungstechnik) [3]. Die PERT-Methode wird einerseits analog der

---

1) Vgl. Malcolm, D., Roseboom, J., Clark, C. and Fazar, W., Application of a Technique for Research and Development Program Evaluation, J. of Op. Res. Am. Soc., Vol. 7, 1959, S. 646 - 669.

2) Vgl. Dean, K.L., PERT Indoctrination Presentation, Sonderdruck des UNIVAC Military Department, Washington 1962.

3) Vgl. Special Projects Office, Bureau of Naval Weapons Department of the Navy, PERT Summary Report Phase 1 and 2, Washington 1962; ferner Mertens, P. und Webels, H., Das PERT-System als Hilfsmittel der Unternehmungsplanung, in: Rationalisierung, Heft 4, 1963, S.87 - 89.

CPM-Methode charakterisiert als

1. Verfahren zur Planung, Koordinierung und Kontrolle verzweigter Bewegungsrichtungen in Betrieben bzw. Unternehmen,
2. Verfahren mit Hervorhebung des Zeitmoments und
3. Verfahren unter Anwendung der Netzwerktechnik.

Andererseits steht jedoch - zum Unterschied der CPM-Methode - das Postulat im Vordergrund, Wahrscheinlichkeitswerte für zeitraumbedingte und zukunftsorientierte Arbeitsausführungen festzulegen, die es erlauben, einen Arbeitsabschlußtermin mit möglichst geringer Streuung zu erhalten. Die Kosten werden hierbei weniger berücksichtigt.

Die Berechnung nach PERT beruht auf der Ermittlung bzw. Schätzung von drei Zeitwerten, nämlich

1. die günstigste bzw. kürzeste,
2. die ungünstigste bzw. längste und
3. die wahrscheinlichste.

Mit Hilfe der beiden Extremwerte sowie des wahrscheinlichsten wird für jede Aktivität die Erwartungszeit bzw. der Erwartungswert errechnet, der einer Wahrscheinlichkeitsverteilung - speziell der Beta-Verteilung [1] - zugrunde liegt. Anschließend erfolgt die Lösung des PERT-Netzwerkes analog der CPM-Methode, was beweist, daß PERT eine sogenannte erweiterte CPM-Methode unter Einbeziehung des Wahrscheinlichkeitsmoments darstellt.

---

1) Vgl. Renyi, A., Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin 1962, S. 185; Feller, W., Probability, ..., a.a.O., S. 127; Kromphardt, W., Henn, R., Förstner, K., Lineare Entscheidungsmodelle, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1962, S. 369 ff.; Miller, R.W., a.a.O., S. 42 ff.

Seit 1962 wird jedoch an einer Erweiterung der Terminplanungsmethoden gearbeitet, was 1963 zu Methoden führte, die nicht nur reine Zeitplanungen, sondern auch Kapazitäts- und Kostenprobleme umfassen. So wurden neben der reinen PERT-Methode

1. die PERT-COST-Methode und
2. die PERT-RELIABILITY-Methode

ausgearbeitet. [1] Diese beiden Methoden erweitern die reine PERT-Zeit-Analyse, so daß Unterschiede zwischen PERT und CPM von Bedeutung sind.

42223 Die PEP-Methode

Auf den Grundlagen von PERT baute die US-Air-Force [2] ihre eigene Methode auf, die fast parallel zu der Entwicklungszeit von PERT, als PEP (Program Evaluation Procedure, d.h. Programmbewertungsverfahren) veröffentlicht wurde. Die dabei erstrangig zu erreichenden Ziele lagen in der Entwicklung einer von den Flugzeugen des strategischen Bomberkommandos getragenen Feststoffrakete [3].

---

1) Vgl. DOD and NADA Guide, PERT Cost Systems Design, Washington D.C., Office of the Secretary of Defense, 1962.

2) Vgl. S. 240 dieser Arbeit bezüglich des strategischen Bomberkommandos.

3) Es handelt sich hierbei um das in England und den USA umstrittene Skybolt-Projekt, das jedoch nach Entwicklung der Minute-Man- und Atals-Raketen anulliert wurde Vgl. hierzu Klass, Ph. J., PERT/PEP, Management Tool Use Grows, in: Aviation Week und Space Technology, Nr. 28, 1960, S. 28 ff.

Da sich die PEP [1] - von der PERT-Methode in den Grundzügen, der Verfahrenstechnik und den Komponenten fast nicht unterscheidet, kann von einer weiteren Abhandlung Abstand genommen werden.

4223 Gemeinsame Grundlagen der modernen Terminplanungsmethoden

Die in den USA entwickelten Methoden waren aus Gründen der Zeitbeschränkung geschaffen worden. Obwohl teilweise nahezu parallel und teilweise von Methode zu Methode mit geringem Zeitunterschied, jedoch insgesamt gesehen alle Methoden in einer Zeitspanne von ungefähr 5 Jahren entstammen, so haben sie in ihren Grundlegungen gemeinsame Daten. Betrachtet man bei Planungsaufgaben die ihnen zugrunde liegenden Struktur- und Zeitanalysen, so können bereits diese Analysen als verbindende Glieder der einzelnen modernen Terminplanungsmethoden bezeichnet werden. Ferner bedienen sich alle Methoden bei Modellaufstellung der graphischen Darstellungsart eines Netzwerkes und bei Auswertung der Gantt-Karten [2].

---

[1] Vgl. Miller, R.W., Schedule, Cost, and Profit Control with PERT, New York 1963, S. 59 und 89 ff.

[2] Vgl. Miller, R.W., a.a.O., S. 5 ff.

42231 Wartezeit- und Leerzeit-Minimierung

Der vorangehenden Strukturanalyse eines Planungsobjektes, die meist technologisch bestimmt ist, folgt die Zeitanalyse durch Zeituntersuchungen und -berechnungen [1]. Hierbei geht man von den Ermittlungen der Zeitabschnitte zwischen den jeweiligen Veränderungszeitpunkten aus, d.h. man betreibt Zeitraumanalysen. Die zwischen den jeweiligen Variationszeitpunkten liegenden Tätigkeiten werden in der den Terminplanungsmethoden eigenen Fachsprache als "Aktivitäten" bezeichnet.

Diese Zeitraumanalysen sollen - sowohl auf der Grundlage von Schätzungen als auch von systematischen, empirischen Untersuchungen, also deduktiv und/oder induktiv -

1. früheste und
2. späteste Zeitpunkte,

d.h. also Anfangs- und Endtermine für die einzelnen Aktivitäten eines Planungsprojektes zukunftsorientiert festlegen. Ziel dieser Festlegung ist ein störungsfreier, kontinuierlicher Ablauf der Produktion, Handlung, etc. bei minimaler Ablaufzeit, was ein Minimum bzw. ein gegen Null Streben der Warte- oder/und Leerzeit einschließt. Im Optimalfall sind Warte- und Leerzeiten gleich Null.

Geht man von den die Zeitraum-Aktivitäten begrenzenden Zeitpunkten [2] aus, so werden mit diesen Begrenzungen bestimmte Intervalle gemessen. Werden die Begrenzungszeit-

---

1) Vgl. Wagner, G., PERT und CPM, neue Planungsinstrumente zur Abstimmung komplexer Abläufe und Vorgänge, in: Die Lochkarte, Heft 191, 27. Jg., 1963, S. 15.

2) Diese Zeitpunkte liefern aufgrund der in den vorangehenden Zeiträumen durchgeführten laufenden Kontrollen Aufschlüsse und Ergebnisse. Andererseits kann in diesen Zeitpunkten eine Parameterveränderung vorgenommen werden, um den gegebenenfalls notwendigen Korrekturen nachzukommen. Diese Handlung wird in der Terminplanungsfachsprache als "Ereignis" bezeichnet. Vgl. dazu auch Air Force Systems Command - Contractor Cost Study, Program Planning Report, Instructions and Formats-Aerospace Industries Association, Washington 5, D.C., 1961.

punkte bewußt variiert, so gelangt man über die Extremwerte der

1. kürzesten Zeit analog der kürzesten und somit günstigsten Aktivität und
2. der längsten Zeit analog der längsten und somit ungünstigsten Aktivität

zu einer wahrscheinlichen Zeit bzw. Wahrscheinlichkeits-Aktivität. Aus diesen Aktivitäten resultiert dann der Erwartungsparameter, der bei Planausführung zum Handlungsparameter aufrückt.

42232 Gantt-Karten und Netzwerktechnik als graphische Darstellungsmittel

Die graphische Darstellung der modellmäßigen Plan- oder realisierten Praxis-Daten gleicht einem Netz, dessen Verbindungslinien die Tätigkeiten bzw. die "Aktivitäten" und dessen Knotenpunkte die Variationsergebnisse oder / und neu eintretende Variationserfordernisse des Ablaufs bzw. der "Ereignisse" wiedergeben. Diese aus der Elektrotechnik bekannte Netzwerkdarstellung dient demnach dazu, die Abstimmung und Koordinierung der teils parallelen, teils verschiedenen [1] Aktivitäten und Ereignisse eines Gesamtprojektes graphisch zu interpretieren.

Eine Netzwerkdarstellung kann ebenfalls aus der Interpretation sukzessiver Input-Output-Modelle in der Form des Gozintographen resultieren, deren Publikation als Verfahren der Unternehmensforschung bekannt geworden ist [2].

Den Gantt-Karten kann hierbei kursiv und rekursiv eine Ausgangs- und Endstellung beigemessen werden. Da die o.a. Netzwerke auch als Ablaufdiagramme bezeichnet werden können, welche die logische und technologische Reihenfolge

---

1) Diese können 1. zeitlich und 2. sachlich divergieren und wieder konvergieren.

2) Vgl. vor allem Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 53 ff. und 159 ff.

der Aktivitäten des Ablaufprogramms aufzeigen; so erfolgt - neben der Wiedergabe dieser Aktivitäten in der Form von "offenen Graphen" [1] - die Aufzeichnung der Ereignisse im Rahmen von Gantt-Diagrammen.

Das Netzwerk besteht folglich aus Aktivitäten und Ereignissen, wobei die Aktivitäten als Teilvorgänge des Gesamtprojekts wie z. B. Beschaffung von Rohstoffen, Halb- oder Fertigfabrikaten, Fertigungsprozeß, Absatz etc. zwischen zwei Ereigniszeitpunkten - zeitraumbezogen - liegen. Die Ereignisse sind somit zeitpunktbezogen und geben Aufschluß über den Abschluß von Teilvorgängen (Aktivitäten) bzw. sagen über den Beginn der folgenden Aktivität aus.

Da jeder Streckenzug in dem Netzwerk Anfangs- und Endpunkte aufweist, ist dieser als offener Graph zu deuten[2]. Die Richtung der Aktivitäten bzw. der Graphen wird durch Pfeile gekennzeichnet. Die Ereignisse - als Knotenpunkte bei Verzweigungen dargestellt - können durch Kreise, Vielecke oder auch Punkte wiedergegeben werden.

Eine Unterscheidung der Netzwerke kann noch in

1. ereignisorientierte,
2. aktivitätsorientierte und
3. ereignis- und aktivitätsorientierte

getroffen werden, d.h. ein Netzwerk kann

1. aus durch gerichtete Graphen verbundene eindeutig ausgezeichnete Ereignispunkte (Fig. 38),
2. aus eindeutig ausgezeichneten Aktivitäten [3], die nur durch numerisch bezifferte Ereignispunkte begrenzt sind (Fig. 39) und

---

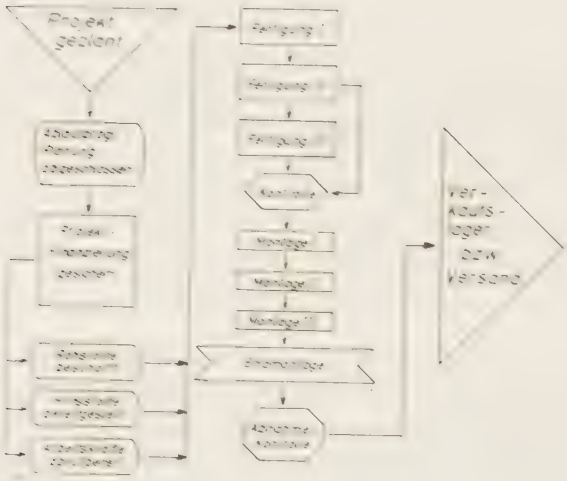
1) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O.,S.54.

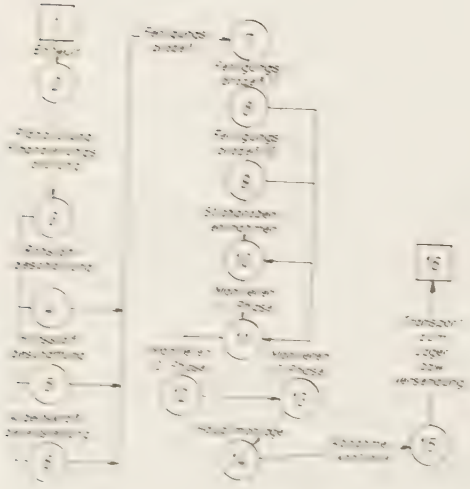
2) Vgl. Angermann, A., Entscheidungsmodelle, a.a.O.,S.54.

3) Das aktivitätsorientierte Netzwerk wird speziell bei Anwendung der CPM-Methode bevorzugt.

5. aus eindeutig ausgezeichneten Ereignispunkten und Aktivitäten

bestehen. Die folgenden Schaubilder geben darüber Aufschluß:





Die in Punkt 3 beschriebene Kombination von Ereignis- und Aktivitätsorientierung in einem Netzwerk würde eine Verbindung von Schaubild 38 und 39 darstellen. Auf eine graphische Wiedergabe kann jedoch verzichtet werden, da die Demonstration der beiden o.a. Netzwerke in dem folgenden Gantt-Diagramm geschieht.

Die Übertragung der Aktivitäten und Ereignisse aus den Schaubildern 38 und 39 in das Gantt-Diagramm würde jetzt folgenden Verlauf nehmen (Fig. 40):

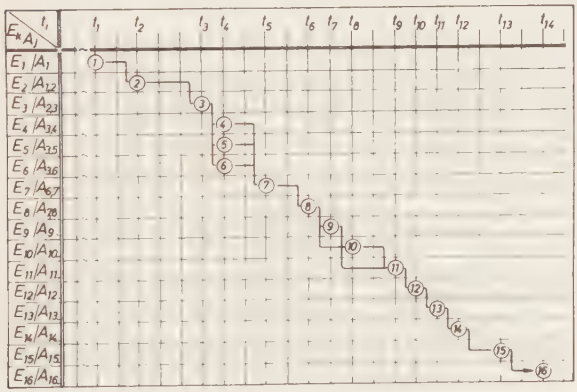


Fig. 40

Das Netz von Ereignissen und Aktivitäten läßt in Fig. 40 die Richtungen erkennen, in welche die Abläufe tendieren, um den geplanten Endzeitpunkt mit dem Ereignis E_{16} einhalten zu können. Ferner ist zu erkennen, daß die Aktivitäten A_{ij} $(j = 1, \ldots, 15)$[1] in einer bestimmten Reihenfolge ablaufen, deren Begrenzungen jeweils durch die Ereignisse E_k $(k = 1, \ldots, 16)$ geschieht. Der Zeitaufwand t_i $(i = 0, \ldots, 14)$ kann in entsprechenden Zeitmaßeinheiten (z.B. Stunden, Wochen, etc.) gewählt werden.

---

1) $i = 1, \ldots (r.-1)$

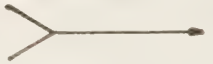
Die Problematik eines Ablaufprogramms dieser Art besteht jedoch in der Festlegung der Planzeiten t_i, in denen die Aktivitäten $A_{i,j}$ vollzogen werden sollen. Da jede Voraussage mehr oder minder ungewiß ist, muß man sich entweder induktiver oder deduktiver Methoden bedienen [1]. Zur Abgrenzung und Beseitigung von Warte- und Leerzeiten wird vorteilhafterweise bei PERT zu der "Drei-Phasen-Schätzung" geschritten [2].

Die bereits erwähnte Abgrenzung in

1. früheste und
2. späteste Zeitpunkte

wird nun vollständig durch die wahrscheinlichsten Zeitpunkte, d.h. aus einem frühesten und spätesten Schätzungs- bzw. Ereignistermin soll der wahrscheinlichste resultieren, so daß gilt:

1. frühester Termin,



2. spätester Termin,

die nach Berechnung zu dem Erwartungstermin führen.

Es wurde bereits ausgeführt, daß die einzelnen Terminplanungsmethodem sich hinsichtlich der Erfassung der Zeitwerte und deren Komponenten unterscheiden.

Eine eingehende analytische und numerische Untersuchung soll jedoch unterbleiben, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen. Die verbale Erläuterung der beiden

---

1) Vgl. S. 22 ff und 243 ff. dieser Arbeit.

2) Vgl. S. 233 und 240 ff. dieser Arbeit, speziell wird diese Drei-Phasen-Schätzung bzw. -Ermittlung bei PERT angewendet.

wichtigsten - sogenannten Basis - Methoden CPM und PERT mag dem Leser als Einführung dienen. Interessenten werden auf die bereits angeführte Literatur verwiesen, wobei der Verfasser betonen möchte, daß diese sich auch noch in der Vervollständigung befindet, da unter Anwendung der verschiedenen Programmierungsverfahren bereits Analysen komplexer Probleme vorliegen, die jedoch noch bewiesen werden müssen.

Literaturverzeichnis

1. Abromeit, H.G., Erzeugnisplanung und Produktionsprogramm, Wiesbaden 1955

2. Ackerman, S.S., Even-Flow, a Scheduling Method for Reducing Lateness in Job Shops, in: Management Technology, Vol.3, Nr.1, 1963

3. Adam, A., Messen und Regeln in der Betriebswirtschaft, Würzburg 1959

4. Åkerman, J., Zeitsymmetrie der Erfahrungen und Erwartungen, in: Arch.f.WuSF, Bd.8, 1942

5. Allen, R.G.D., Mathematik für Volks- und Betriebswirte, Übersetzung von E. Kosiol, Berlin 1956

6. Anderson, O., Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften, 3. Aufl., Würzburg 1957

7. -"- Ufo-Beratungsdienst, in: Unternehmensforschung, Bd. 2, Würzburg 1958

8. Angermann, A., Kybernetik und betriebliche Führungslehre, in: BFuP, Heft 5, 1959

9. -"- Gleichgewichtskalkulation, Meisenheim/Glan 1952

10. -"- Entscheidungsmodelle, Frankfurt/M. 1963

11. -"- Betriebsführung und Operations Research, in: Hamburger Jahrbuch für Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, Tübingen 1963

12. -"- Unternehmerische Entscheidungen und Operations Research, in: Betriebsführung und Operations Research, Frankfurt/M. 1963

13. Bell, D.A., Statistical Methods in Electrical Engineering, London 1953

14. Bell, G.E., Operational Research into Air Traffic Control, in: Journ.Roy.Aeron.Soc., Oct. 1949

15. Bense, M., Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik, Bd. 1, Hamburg 1946

16. Benson, F. and D.R. Cox, The Productivity of Machines Requiring Attention at Random Intervalls, in: Journ. Roy. Stat. Soc., Ser. B, Vol. 8, Nr. 1, 1951

17. Bleicher, K., Unternehmungsspiele, Baden-Baden 1962

18. Blumenthal, B., Zum Problem der optimalen Maschinenbelegung im Maschinenbau, in: Fertigungstechnik und Betrieb, Nr. 9, 1959

19. Böhm, H.H., Operationen-Forschung, Berlin 1961

20. Bott, D., Allgemeine und historische Betrachtungen zum Entscheidungsbegriff, in: Statistische Hefte, Vol. 3, Nr. 1, Frankfurt/M. 1962

21. Brambilla, F., Verfahrensforschung als Instrument der Unternehmensführung, in: Management International, Bd. 4, Wiesbaden 1961

22. Brockmeyer, E., Halstrøm, H.L. and A. Jensen, The Life and Works of A.K. Erlang, in: Acta Polytechnica Scandinavica, Kopenhagen 1960

23. Buchmann, F.N., The Problem of Waiting Time, in: Prikladnaja Mathematika i Mechanika, Nauk.SSSR, Vol. 11, 1947

24. Carnap, R., Logical Foundations of Probability, Chicago 1950

25. -"- Symbolische Logik, Wien 1954

26. Churchman, C.W., Ackoff, R.L. and E.L. Arnoff, Introduction to Operations Research, New York 1957

27. Cohen, M.R., Einleitende Betrachtungen zur Logik, Übersetzung, Wien 1948

28. Crommelin, C.D., Delay Probability Formulae when the Holding Times are constant, in: Post Office Electrical Engineers' Journal, Vol. 25, 1932

29. Dannemann, F., Die Anfänge der experimentellen Forschung und ihre Ausbreitung, München und Berlin 1922

30. Darling, D.A., On a Class of Problems related to the Random Division of an Intervall, in: Annals of Mathem. Stat., Vol. 24, 1953

31. Dean, K.L., PERT Indoctrination Presentation, Sonderdruck des UNIVAC Military Department, Washington 1962

32. Doeblin, W., Sur l'équation de Kolmogoroff, in: C. R.acad. Sci., Vol. 207, Paris 1938

33. Donsker, M.D. and M.Kac, Operations Research, in: Journ. Research of Nat.Bur.Stds., Vol. --, 1951

34. Duschek, A., Höhere Mathematik, 1. Bd., 2. Aufl., Wien 1956

35. Erskine, V., An Introduction to PERT Analysis, Sonderdruck der UNIVAC Division, Sperry Rand Corporation

36. Fabens, A.J., The Solution of Queuing and Inventory Models, in: US Government Research Reports (Office of Technical Services, Dept. of Commerce), Washington, DC, PB 152176, AD-230528

37. Faure, R., Einige Gedanken zum Aufstieg der Verfahrensforschung, in: Management International, Bd. 3, Wiesbaden 1961

38. Feller, W., Probability Theory and its Applications, New York 1950

39. Flaskämper, P., Allgemeine Statistik, 2. Aufl., Hamburg 1953

40. Förstner, K., Über die Bestimmbarkeit wirtschaftlicher Kenngrößen, Meisenheim/Glan 1960

41. -"- Über das Auftreten und die Berechnung von Warteschlangen, in: Operations Research-Verfahren I, Meisenheim/Glan 1963

42. Galliher, H.P., Simulation of Random Numbers, Notes on Operations Research, M.I.T., Cambridge 1959

43. Gnedenko, B.W., Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin 1962

44. Goethe, J.W.von, Geschichte der Farbenlehre, II. Teil, in: dtv-Reihe, Bd. 42, München 1963

45. Gordon, W.J. and G.F. Newell, Equilibrium Analysis of a Stochastic Model of Traffic Flow, Division of Applied Mathematics, Brown University, Rhode Island, New York 1960

46. Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 1. Bd. die Produktion, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1951

47. -"- Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2.Bd. Der Absatz, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955, 5. Aufl., 1962

48. -"- Zum Methodenstreit, in: ZfhF, 1953, S. 327

49. Hartmann, B., Betriebswirtschaftliche Grundlagen der automatisierten Datenverarbeitung, Freiburg/Brsg. 1961

50. Hasenack, W., Stillegung, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 3. Aufl., 1959

51. Henn, R., Modellbetrachtungen in der Wirtschaft, in: ZfdgStw, 1957

52. -"- Wirtschaftliche Anwendungsmöglichkeiten stochastischer Prozesse, in: Industrielle Organisation, Nr. 1, Zürich 1962

53. -"- Verfahren des Operations Research und ihre Anwendung in der Wirtschaft, in: Operations Research - Verfahren I, Meisenheim/Glan 1963

54. -"- Stochastische Entscheidungsaufgaben bei Investition und Lagerhaltung, in: Operations Research - Verfahren I, Meisenheim/Glan 1963

55. Hertz, P., Über den Kausalbegriff im Makroskopischen, besonders in der klassischen Physik, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31

56. Hosford, J.E., On Servicing a Queue, Lockheed Missiles and Space Company, A Group of Lockheed Aircraft Corporation, Sunnyvale, Calif., USA, Vol. 27, 1961

57. Howard, L.J., How Many of a Group of Random Numbers will be Usable in Selecting a Particular Sample?, in: Am.Stat.Ass., Vol. 54, 1959

58. Hunger, E., Von Demokrit bis Heisenberg, Braunschweig 1963

59. Jain, H.C., Queuing Problem with Limited Waiting Space, in: Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 9, Nr. 3/4, 1962

60. Joksch, H.C., Lineares Programmieren, Tübingen 1962

61. Kahn, H. and A.W. Marshall, Methods of Reducing Sample Size in Monte Carlo Computations, Rand Corporation, P-337, St. Monica, Calif., USA, 1953

62. Kahn, H. and I. Mann, Monte Carlo, Rand Corporation, P-1165, St. Monica, Calif., USA 1957

63. Kahn, H., Use of different Monte Carlo Sampling Techniques, Rand Corporation, St. Monica, Calif., USA, 1958

64. -"- Modification of the Monte Carlo Method, Rand Corporation, P-132, St. Monica, Calif., USA, 1949

65. Kalaba, R.E., A Simple Derivation of the Poisson Distribution, Rand Corporation, P-114, St. Monica, Calif., USA, 1953

66. Kant, E., Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können, Berlin 1783, auszugsweise bei Hunger, E., Von Demokrit ..., a.a.O.

67. Kay, E., Wesen und Grenzen der Simulation, in: Ablauf- und Planungsforschung, Bd. 4, Heft 2, 1963

68. Kayser, K.H., Die AWF-Zufallswürfel, in: Zeitschr. f. wirtschaftl. Fertigung, Heft 3, 1960

69. Kendall, D.G., Some Problems in the Theory of Queues, in: Journ. Roy. Stat. Soc., Ser. B, Vol. 13, 1951

70. -"- Studies in the history of probability and statistics; the beginning of a probability calculus, in: Biometrika, Vol. 43, 1956

71. Kellerer, H., Die Berechnung der mittleren Verweildauer, erläutert an betriebswirtschaftlichen Vorgängen, in: ZfhF, 10. Jg., Heft 3, 1958

72. Kern, W., Wirtschaftliche Fertigungsüberwachung durch statistische Qualitätskontrollen, in: ZfhF, 13. Jg., Heft 6, 1961

73. Keynes, J.M., Über Wahrscheinlichkeit, Leipzig 1926

74. Khintchine, A., Mathematisches über die Erwartung vor einem öffentlichen Schalter, in: Matem. Sbornik, Vol. 39, 1932

75. -"- Über die mittlere Dauer des Stillstandes von Maschinen, in: Matem. Sbornik, Vol. 40, 1933

76. Klass, Ph.J., PERT/PEP, Management Tool Use Grows, in: Aviation Week and Space Technology, Nr. 28, 1960

77. Kolmogoroff, A., Sur le Problème d'Attente, in: Recueil Mathématique Sbornik, Vol. 38, 1931

78. Kortzfleisch, G. von, Materialfluß-Rationalisierung - aktueller denn je, in: Mitteilungsblatt der Deutschen Gesellschaft für Betriebswirtschaft, 24. Jg., Nr. 1, 1964

79. Kosiol, E., Modellanalyse als Grundlage unternehmerischer Entscheidungen, in: ZfhF, 13. Jg., Heft 7, 1961

80. Krelle, W., Preistheorie, Tübingen-Zürich 1961

81. -"- Unsicherheit und Risiko in der Preisbildung, in: ZfdgStw, 113. Bd., 1957

82. Kromphardt, W., Henn, R., Förstner, K., Lineare Entscheidungsmodelle, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1962

83. Lindley, D.V., The Theory of Queues with a Single Server, Proc. Cambridge Phil.Soc., Vol. 48, II, 1952

84. Lösch, E.G., Optimale Auslastung der Schichtwagen beim Personentransport in einem Kohlenrevier, Allgm. Treuhd. AG, Bern 1963

85. Lücke, W., Das Gesetz der Massenproduktion in betriebswirtschaftlicher Sicht, in: Zur Theorie der Unternehmung, Wiesbaden 1962

86. -"- Finanzplanung und Finanzkontrolle, in: Die Wirtschaftswissenschaften, Wiesbaden 1962

87. Malcolm, D., Roseboom, C. and W. Fazar, Application of a Technique for Research and Development Program Evaluation, in: J. of Op.Res.Soc. of Am., Vol. 7, 1959

88. McCloskey, J. and J.M. Coppinger, Operations Research for Management, Vol. II, Baltimore 1956

89. Menges, G., Ökonometrie, Wiesbaden 1961

90. Mertens, P. und H. Webels, Das PERT-System als Hilfsmittel der Unternehmensplanung, in: Rationalisierung, Heft 4, 1963

91. Metropolis, N. and S. Ulam, The Monte Carlo Method, in: Journ. of Am. Stat. Ass., Vol. 44, 1949

92. Miller, R.W., Schedule, Cost, and Profit Control with PERT, New York 1963

93. Mises, R. von, Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik, Wien 1931

94. -"- Über kausale und statistische Gesetzmäßigkeit in der Physik, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31

95. Moore, F.G., Production Control, New York - Toronto - London 1959

96. Morgenstern, O., Logistik und Sozialwissenschaften, in: ZfN, Bd. 7

97. Morse, Ph. M., Die Beziehungen zwischen militärischer und industrieller Operations Research, deutsche Übersetzung, Düsseldorf 1958

98. -"- Queues, Inventories and Maintenance, New York 1958

99. -"- Stochastic Properties of Waiting Lines, in: J. of Op.Res.Soc. of Am., Vol.3, 1955

100. Palm, C., Analysis of the Erlang Traffic Formular for Busy-Signal Arrangements, in: Ericsson Technics, Vol. 4, 1938

101. Peck, L.G. and R.N. Hazelwood, Finite Queuing Tables, New York 1958

102. Peters, H., Die Bestimmung der optimalen Losgröße, eine Anwendung der nichtlinearen Programmierung, Diss., Göttingen 1961

103. Pflanzagl, J., Die axiomatischen Grundlagen einer allgemeinen Theorie des Messens, Würzburg 1959

104. Pichler, J., Ein Beitrag zum Reihenfolgeproblem, in: Unternehmensforschung, Heft 4, 1960

105. Planck, M., Gedankenexperimente und ihre Bedeutung, in: Hunger, E., Von Demokrit ..., a.a.O.

106. Platt, H., Input-Output-Analyse, Meisenheim/Glan 1957

107. Pollaczek, F., Sur une généralisation de la théorie des attentes, C.R.Acad.Sci., Vol. 236, Paris 1953

108. -"- Lösung eines geometrischen Wahrscheinlichkeitsproblems, in: Mathem. Zeitschrift, Bd. 35, 1932

109. -"- Über zwei Formeln aus der Theorie des Wartens vor Schaltergruppen, in: Elektr. Nachr. Techn., Heft 8, 1931

110. Polya, G., Typen und Strukturen plausibler Folgerung, Basel 1963

111. Reichenbach, H., Wahrscheinlichkeitslehre, Leiden 1935

112. Renyi, A., Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin 1962

113. Ricciardi, F.M., Top Management Decision Simulation, in: The AMA Approach, New York 1957

114. Richter, H., Wahrscheinlichkeitstheorie, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1956

115. Rittig, G., Die Indeterminiertheit des Preissystems, Teil A, in: Jahrbuch für Sozialwissenschaft, Bd.1, 1950; Teil B, in: a.a.O., Bd.2, 1951

116. Ruiz-Pala, E. u. K. Avila, Einige Anwendungen der Warteschlangentheorie auf dem Gebiet der Produktion, in: ZfB, 34. Jg., Nr. 3, 1964

117. Saaty, T.L., Resume of useful formulas in queuing theory, J. of. Op.Res.Soc. of Am., Vol. 5, 1957

118. Saaty, T.L., Elements of Queueing Theory, New York-Toronto-London 1961

119. Sadowski, W., Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft (Übersetzung aus dem Polnischen), Berlin 1963

120. Sandemann, P., Department of Operational Research and Cybernetics, United Steel Companies, Sheffield/England 1960

121. Sasieni, M., Yaspan, A. and L. Friedmann, Operations Research, New York and London 1959

122. Schadewaldt, W., Griechische Sternsagen, Frankfurt/Main 1956

123. Schneeweis, H., Zur Theorie der Warteschlangen, in: ZfbF, 12. Jg., Heft 8, 1960

124. Schneider, E., Einführung in die Wirtschaftstheorie, Bd. IV/1, Tübingen 1962

[illegible] -"- Sinn und Grenzen der quantitativ. Wirtschaftsforschung, in: ZfdgStw, Bd. 108, 1952

126. Schwab, G., Sagen des klassischen Altertums, München/Zürich 1963

[illegible] Stange, K., Der günstigste Bedienungskanal mit exponentiellem Zu- und Abgang bei ungeduldigen Kunden, in: Unternehmensforschung, Bd. 6, Heft 2, 1962

128. Stein, J., Selbstbedienungsläden, Freiburg/Brsg. 1958

129. Tempel, K.H., Lösung von Wartezeitproblemen im Einzelhandel, in: Der Markenartikel, Heft 4, 1964

130. -"- Planung des Vertretereinsatzes, in: Der Markenartikel, Heft 5, 1964

[illegible] Tinbergen, J., Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung mathematischer Verfahren in der Wirtschaftswissenschaft, in: ZfdgStw, Bd. 105, 1949

132. Todhunter, J., A history of the mathematical Theory of probability, 2. Aufl., Oxford 1948

133. Vazsonyi, A., Scientific Programming in Business and Industry, New York 1958

134. Waffenschmidt, W.G., Denkformen und Denktechnik, Meisenheim/Glan 1961

135. -"- Anschauliche Einführung in die allgemeine und theoretische Nationalökonomie, Meisenheim/Glan 1950

136. -"- Technik und Wirtschaft der Gegenwart, Berlin-Göttingen-Wien 1952

137. -"- Wirtschaftsmechanik, Stuttgart 1957

138. Wagner, G., PERT und CPM, neue Planungsinstrumente zur Abstimmung komplexer Abläufe und Vorgänge, in: Die Lochkarte, Heft 191, 27. Jg., 1963

139. Waismann, F., Logische Analyse des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31

140. Weizsäcker, C.F. von, Mit der Bombe leben, Hamburg 1958

141. Wieser, W., Organismen, Strukturen, Maschinen, Frankfurt/M. 1959

142. Wöhe, G., Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Berlin und Frankfurt/M. 1960

143. Zilsel, L., Diskussion über Wahrscheinlichkeiten, in: Erkenntnis, Leipzig 1930/31

---

144. Air Force Systems Command - Constructor Cost Study, Program Planning Report, Instructions and Formats - Aerospace Industries Association, Washington 5, DC, 1961

145. DOD and NASA Guide, PERT COST Systems Design, Washington DC, Office of the Secretary of Defense, 1962

146. Exploratory Conference on Missile Model Design for Reliability Prediction, Third Meeting White Sands Missile Range, April 1959, Army Missile Test Center, White Sands Missile Range, New Mexico, USA

147. National Bureau of Standards, Monte Carlo Methods, Applied Mathematics Series, Dep. 12, 1951

148. Productivity, Measurement, Review, Nr. 22/23, O.E.E.C., Paris 1960

149. Rand Corporation, A Million Random Digits, Glencoe/ USA 1955

150. Remington Rand UNIVAC, Fundamentals of Network Planning and Analysis, UNIVAC Military Department, Nr. PX 1842 B, Washington 1962

151. RKW - Auslandsdienst, Operations Research, Heft 56, München 1958

152. Special Projects Office, Bureau of Naval Weapons Department of the Navy, PERT Summary Report Phase 1 and 2, Washington 1962

153. Symposium on Monte Carlo Methods, New York 1958

154. Zeitschrift f. elektron. Datenverarbeitung, Heft 2, 1964, S. 81 - 85 (L. CANTONI, MILANO/ITALIEN)

L e b e n s l a u f

Am 10. September 1925 wurde ich als Sohn des Obersteigers Franz Tempel und dessen Ehefrau Martha, geb. Krückmeyer, in Körbisdorf Krs. Merseburg geboren.

Von 1932 bis 1936 besuchte ich die Volksschule in Halle/Saale-Kanena, anschließend bis 1939 die Oberrealschule in den Frankeschen Stiftungen zu Halle/Saale und aufgrund des Wohnortwechsels meiner Eltern von Halle/Saale nach Salzgitter bis 1942 die Oberschule für Jungen in Wolfenbüttel (Schloß). Sodann folgten Wehrertüchtigungslager, Reichsarbeitsdienst, Militärdienst und Kriegsgefangenschaft.

Von 1946 bis 1948 absolvierte ich eine kaufmännische Lehre in den Firmen Georg Kaufmann, Salzgitter-Bad, und Versorgungsbetriebe der Salzgitter AG. Nach Ablegung der Kaufmannsgehilfenprüfung wurde ich in letztgenannter Firma als Filialleiter und Bezirksrevisor weiterbeschäftigt. Von 1952 bis 1954 arbeitete ich als Filialleiter in der Firma Adolph Schürmann, Remscheid/Rhld. Danach kehrte ich zu der Salzgitter AG zurück und besuchte neben meiner Berufstätigkeit die Abendoberschule in Braunschweig, mit dem Ziel, das Abitur nachzuholen.

Im März 1956 bestand ich die Reifeprüfung an der Abendoberschule Braunschweig und immatrikulierte mich für das SS 1956 an der Universität Heidelberg. Nach viersemestrigem Studium der Volkswirtschaftslehre wechselte ich auf das Fach der Betriebswirtschaftslehre an der Universität Göttingen über, wo ich am 4. Mai 1961 das Examen als Diplom-Kaufmann ablegte. Vom 5. Mai 1961 bis 31. Dezember 1961 war ich als wissenschaftliche Hilfskraft und vom 1.1.1962 bis auf weiteres bin ich als Verwalter einer Planstelle eines wissenschaftlichen Assistenten bei dem Ordinarius für Betriebswirtschaftslehre an der Universität Göttingen, Herrn Prof. Dr. Angermann, beschäftigt.